

**Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación.
Departamento de Matemática Aplicada - Universidad de Málaga.
Examen de Métodos Numéricos - Convocatoria de Diciembre de 2001.**

PRIMERA PARTE (sin apuntes ni libros)

C1.- Sea

$$A(\alpha) = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 & 3 \\ \alpha & 2 & -\alpha & 0 \\ 0 & -\alpha & 2 & 1 \\ \alpha & 1 & 1 & 2\alpha \end{bmatrix}$$

- a) Determinar los valores reales de α para los que existe factorización LU de $A(\alpha)$ con $u_{ii} = 1$ para todo i .
b) Determinar si el método iterativo de Jacobi es convergente a la solución de un sistema $A(1)x = b$ para $b \in \mathbb{R}^4$.

-1+1-

C2.- Se desea calcular el mayor valor $\xi > 0$ tal que $f(\xi) = 1$ para

$$f(x) = 2.7x^2e^{-x} + \frac{1}{x^2 + 1}.$$

- a) Estudiar si converge a ξ el método de punto fijo

$$x_{s+1} = g(x_s) \quad \text{para } g(x) = 2.7e^{-x}(x^3 + x)$$

- b) Calcular ξ con dos decimales exactos y estimar numéricamente $\int_0^\xi f(x)dx$ mediante la fórmula del punto medio compuesta.

-1+1-

C3.- Determinar los parámetros α , β , γ y δ para los que un método multipaso de la forma

$$y_{i+1} = \alpha y_{i-1} + \beta y_{i-2} + h(\gamma f_{i+1} + \delta f_{i-1})$$

sea consistente, estable y del orden más alto posible.

-1.25-

C4.- Planteado el problema

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar } x_1^4 + x_2^2 - 4x_2 \\ &x \in \mathbb{R}^2 \text{ sujeto a } x_1 + x_2 \geq 1 \quad \text{y} \quad x_1^2 + (x_2 - 1)^2 \leq 2 \end{aligned}$$

- a) Determinar si son máximos locales restringidos aquellos puntos en que son activas ambas restricciones.
b) Estudiar la solución óptima del problema.

-1.25+1-

SEGUNDA PARTE (se permiten libros y apuntes)

P1.- Detallar lo que haría para calcular, usando MATLAB, la longitud l del arco de curva paramétrica $(x(t), y(t))$ para x e y soluciones de

$$\begin{aligned}x' + y' &= t & x(0) &= 3, & x'(0) &= 2 \\x'' - y &= e^{-t} & y(0) &= 0\end{aligned}$$

$$y \ t \in [0,5]. \left(l = \int_0^5 \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2} dt \right).$$

-1.5-

P2.- Detallar el método y el proceso de cálculo que realizaría para determinar el ángulo θ con que se lanza un proyectil de masa $m = 10$, en el plano xy , que parte de $(0,0)$ hasta $(50,0)$ y que se mueve en la atmósfera conforme a las siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned}x' &= v \cos(\theta) \\y' &= v \sin(\theta) \\v' &= \frac{1}{m} (1 - 0.02v^2) - 9.8 \sin(\theta) \\ \theta' &= -\frac{9.8}{v} \cos(\theta)\end{aligned}$$

Para v la velocidad del móvil e inicialmente $v(0) = 30$. ¿Tiene este problema solución única?

-1-