**Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación.
Departamento de Matemática Aplicada - Universidad de Málaga.
Examen de Métodos Numéricos - Convocatoria de Junio de 2002.**

PRIMERA PARTE (sin apuntes ni libros)

C1.- Sea

$$A(\alpha) = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 1 & 3 \\ \alpha & 4 & -\alpha & 0 \\ 0 & -\alpha & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2\alpha \end{bmatrix}$$

- a) Determinar los valores reales de α para los que existe factorización LU de $A(\alpha)$ con $L_{ii} = 1$ para todo i .
- b) Determinar si los métodos iterativos de Jacobi y de Gauss-Seidel son ambos convergentes a la solución de un sistema $A(2)x = b$ para $b \in \mathbb{R}^4$.

-1+1.5-

C2.- Estimar numéricamente mediante la fórmula del punto medio compuesta

$$\int_0^{\xi} \frac{x^3 + 4 \cdot \ln(x^2 + 1)}{x^2 + 1} dx$$

para ξ raíz no nula del integrando calculada con tres dígitos significativos correctos. Detallar el cálculo de ξ .

-1.25-

C3.- Determinar los valores de los parámetros α , β , γ y δ para los que un método multipaso de la forma

$$y_{i+1} = \alpha y_i - \alpha y_{i-1} + \beta y_{i-3} + h(\gamma f_i + \delta f_{i-1} + \gamma f_{i-2})$$

es consistente, estable y del orden más alto posible. Concretar el orden del método.

-1.5-

C4.- Planteado el problema

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar} && -x_1^2 + x_2 \\ &x \in \mathbb{R}^2 \text{ sujeto a} && x_2 \geq (x_1 - 2)^3 \quad \text{y} \quad x_1^2 + (x_2 - 1)^2 \leq 5 \end{aligned}$$

- a) Determinar si son mínimos locales restringidos aquellos puntos en que ambas restricciones son activas.
- b) Estudiar la solución óptima del problema.

-1.25+1-

SEGUNDA PARTE (se permiten libros y apuntes)

P1.- Detallar lo que haría para calcular, usando MATLAB, la longitud l del arco de curva paramétrica $(x(t), y(t))$ para x e y soluciones de

$$\begin{aligned}x' + y' &= t & x(0) &= 3, & x'(0) &= 2 \\x'' - y &= e^{-t} & y(0) &= 0\end{aligned}$$

$$y \text{ t } \in [0, 5] \left(l = \int_0^5 \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2} dt \right)$$

-1.25-

P2.- Detallar el método y el proceso de cálculo que realizaría para determinar el ángulo θ con que se lanza un proyectil de masa $m = 10$ en el plano xy , que parte de $(0, 0)$ hasta $(50, 0)$ y que se mueve en la atmósfera conforme a las siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned}x' &= v \cdot \cos(\theta) \\y' &= v \cdot \sin(\theta) \\v' &= \frac{1}{m} \cdot (1 - 0.02 \cdot v^2) - 9.8 \cdot \sin(\theta) \\ \theta' &= -\frac{9.8}{v} \cdot \cos(\theta)\end{aligned}$$

para v la velocidad del proyectil e inicialmente $v(0) = 30$. ¿Tiene el problema solución única?

-1.25-