



EJERCICIO 1

Una fuente sin memoria emite símbolos de un alfabeto de $1+2^K$ elementos con probabilidades:

$$p_0 = 2^{-1}$$

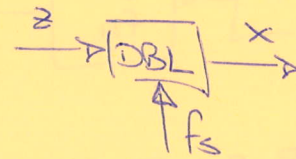
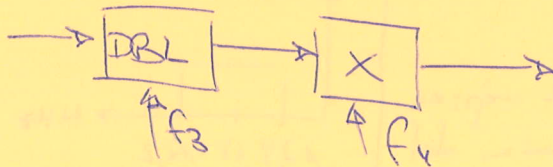
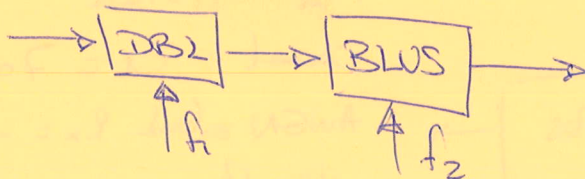
$$p_i = 2^{-K-1} \quad i = 1:2^K$$

Se pide:

- Calcular la entropía de la fuente
- Obtener un código compacto
- Calcular el rendimiento

EJERCICIO 2

Demostrar que con los relés a decodificar de las frecuencias $f_i, i=1:5$, las 3 estructuras siguientes son equivalentes:

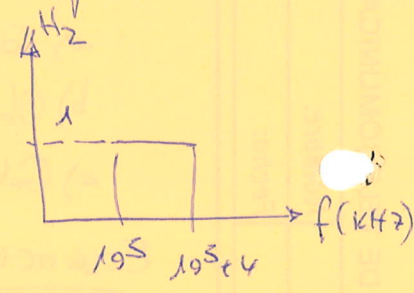
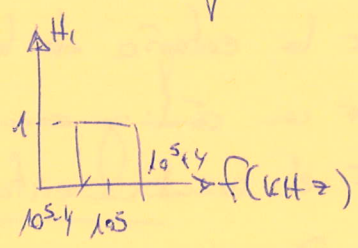


PROBLEMA 1

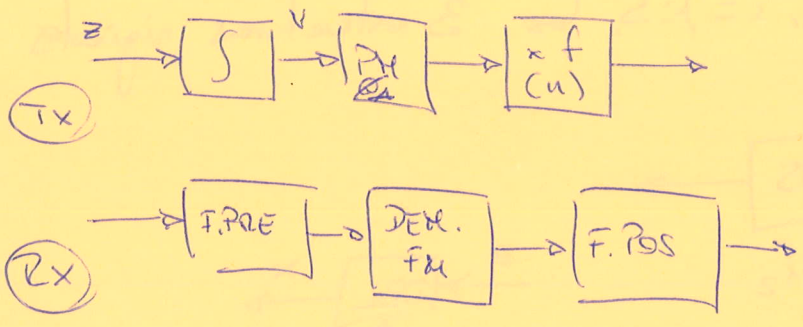
Una señal analógica de banda base, $z(t)$, de 4 kHz de ancho de banda, se modula en BLR, usando un modulador DBL con $f_c = 10^5 \text{ Hz}$ y un filtro de respuesta $H_1(f)$. En el receptor se usa un demodulador coherente, en fase con la portadora. La DNP de ruido blanco a la entrada del receptor es -120 dBW/Hz . La potencia transmitida es 1 W, y la atenuación del canal 75 dB.

Se sabe que la potencia de $z(t)$ en banda base de 0 a 1 kHz es igual que de 1 a 4 kHz. El receptor incluirá un igualador para compensar la distorsión si fuera necesario.

- a) S/N E/S si se usa H_2
- b) Igual en H_2



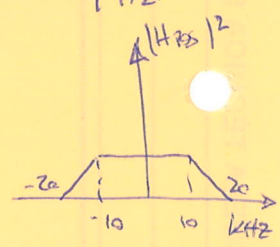
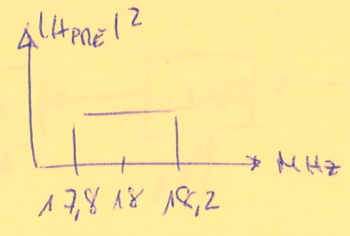
PROBLEMA 2



$z(t) \rightarrow B = 10 \text{ kHz}$
 $P_z = 1/4$
 $\phi_A = 0.95 \text{ rad}$

Canal: $\alpha = 70 \text{ dB}$

AWGN entrada $R_x = -130 \text{ dBW/Hz}$



Ancho de banda disponible = 200 kHz
 Central $f_M = 13 \text{ dB}$

a) Suponiendo que se quiere las mejores prestaciones posibles, obtener la frecuencia del oscilador local del modulador PM y el factor n del multiplicador de frecuencia necesaria. Para dichos cálculos, considerar la señal $z(t)$ como un tono de máxima frecuencia. Con los resultados obtenidos, proponer cómo se realizaría el multiplicador de frecuencia.

b) Calcular la potencia de transmisión necesaria para $(S/N)_b = 60 \text{ dB}$

Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación.
Departamento de Ingeniería de Comunicaciones - Universidad de Málaga.
Examen de Comunicaciones Analógicas - Convocatoria de Septiembre de 2001.
Tiempo: 2 horas y 30 minutos.

PARTE TEÓRICA (sin apuntes ni libros, 1 hora)

PROBLEMA 1

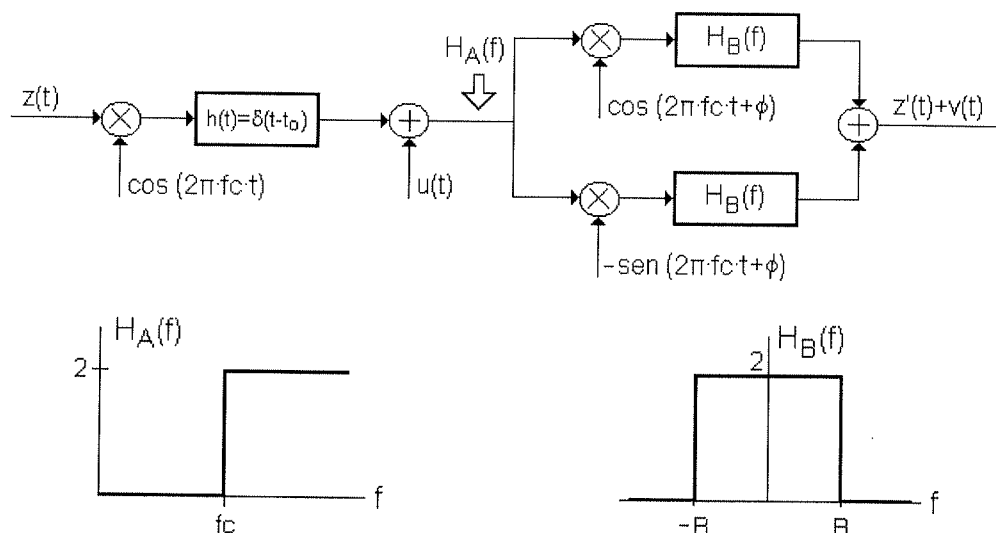
Considere el diagrama de la figura adjunta. La señal de información $z(t)$ de ancho de banda B y potencia P_z es modulada y transmitida por un canal de respuesta impulsiva $h(t)$. La señal recibida por el receptor incluye una componente de ruido blanco $u(t)$ de densidad espectral $\eta/2$. La señal demodulada a la salida del sistema tiene por tanto dos componentes, $z'(t)$ corresponde a la señal transmitida y $v(t)$ al ruido.

- Obtenga la expresión de la señal $z'(t)$.
- Obtenga la expresión de la relación señal a ruido.
- Obtenga la expresión del parámetro ϕ que hace máxima la relación señal a ruido.

Si a la entrada del demodulador en cuadratura se incluye el filtro de respuesta en frecuencia $H_A(f)$:

- Obtenga la nueva expresión de la señal $z'(t)$.
- Obtenga la expresión de la relación señal a ruido.
- Obtenga la expresión del parámetro ϕ para que no se produzca distorsión.

Nota: Todos los filtros utilizados tienen respuesta impulsiva real.

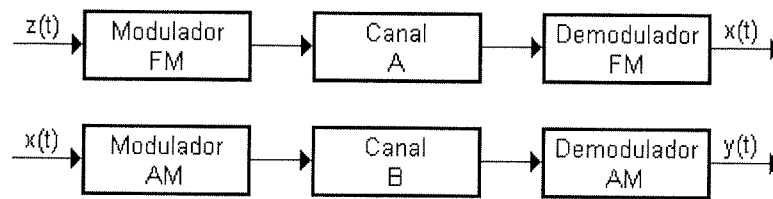


PARTE PRÁCTICA (se permiten libros y apuntes, 1 hora y 30 minutos)

PROBLEMA 2

Una señal de audio es transmitida primeramente a través de un canal A con una modulación FM. La señal recibida es posteriormente transmitida por otro canal B con una modulación AM. La señal está normalizada en amplitud y tiene una potencia de $1/4$ y un ancho de banda de 10 KHz. El canal A atenúa la señal 80 dB, y

el canal B 70 dB. La densidad espectral de potencia de ruido AWGN a la entrada del demodulador de FM es de 10^{-12} W/Hz, mientras que a la entrada del demodulador de AM es de 10^{-14} W/Hz. La desviación de frecuencia del modulador FM es de 500 KHz. El valor umbral tanto de FM como de AM es de 13 dB.



- Obtenga la potencia transmitida necesaria en el modulador de FM para conseguir una SNR de 60 dB en la señal $x(t)$.
- Con los resultados del apartado anterior, obtenga la potencia mínima necesaria en el modulador de AM para conseguir que la SNR de la señal $y(t)$ sea 2 dB menor que la de la señal $x(t)$.

PROBLEMA 3

Considere un canal BSC con matriz:

$$\Pi = \begin{bmatrix} \bar{p} & p \\ p & \bar{p} \end{bmatrix}$$

Dicho canal se utiliza para transmitir símbolos de un alfabeto fuente de cuatro elementos. Para ello los símbolos se codifican usando dos bits más un tercero de paridad (de forma que el número de unos en la palabra código de tres bits sea siempre par).

Tras recibir por el canal BSC los tres bits correspondientes a una palabra código, el decodificador actúa del siguiente modo:

- Si el número de unos es par, decodifica el símbolo que corresponda.
- Si el número de unos es impar, indica error.

Considere ahora el canal discreto que resulta de agregar el codificador y el decodificador descrito, junto al canal BSC.

- Detalle los elementos del nuevo canal: alfabetos de entrada y salida y matriz de probabilidades de transición.
- Obtenga la expresión de la probabilidad del símbolo error.
- Indique de qué tipo de canal se trata y obtenga la expresión de su capacidad.
- Compare los valores numéricos de la capacidad del canal resultante con la del BSC que lo soporta, cuando $p=10^{-1}$. Comente los resultados obtenidos.

Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación.
Departamento de Ingeniería de Comunicaciones - Universidad de Málaga.
Examen de Comunicaciones Analógicas - Convocatoria de Junio de 2001.
Tiempo: 2 horas y 15 minutos.

PARTE TEÓRICA (sin apuntes ni libros, 45 minutos)

EJERCICIO 1

Sea Π un canal BSC con la siguiente matriz de probabilidades, y sea q la probabilidad de que se envíe un 0 por el canal.

$$\Pi = \begin{bmatrix} \bar{p} & p \\ p & \bar{p} \end{bmatrix}$$

- Especifique todas las posibles reglas de decisión.
- Especifique en función de p y q la regla de decisión óptima.
- Represente gráficamente en el plano formado por las variables p y q la regiones en que la decisión óptima se corresponde con cada una de las reglas de decisión del apartado a).

EJERCICIO 2

Tenemos un receptor coherente DBL y un detector de envolvente para AM. Determinar qué condición debe cumplir un error de fase θ para que ambas modulaciones tengan las mismas prestaciones.

PARTE PRÁCTICA (con apuntes y libros, 1 hora y 30 minutos)

PROBLEMA 1

Sean 2 señales $z_1(t)$ y $z_2(t)$ de similares características e independientes entre sí. Una la modulamos en BLU superior, y la otra en BLU inferior. Las mandamos al canal.

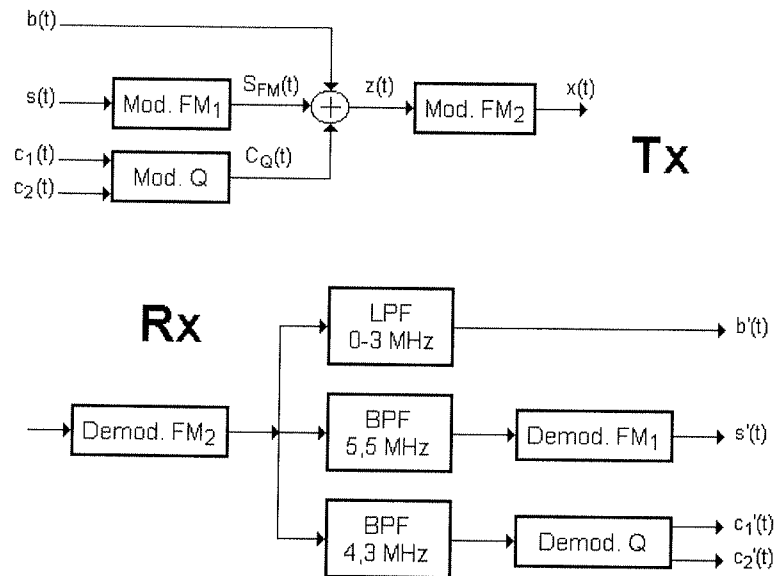
- Dibujar un posible sistema modulador y demodulador.
- Determinar las salidas en caso de usar un demodulador de cuadratura.
- Añadir lo que le falta a b) para tener lo de a).
- Comparar la $(S/N)_S$ de ambos demoduladores.
- Ventajas e inconvenientes de ambos demoduladores.

PROBLEMA 2

El transmisor y el receptor de las figuras son una versión simplificada de los de un sistema de Televisión analógica por satélite. En ellos se observa que la señal de Brillo en banda base junto con las dos señales de color moduladas en cuadratura y la de sonido modulada en FM, son moduladas en FM y transmitidas. Se quieren estudiar las prestaciones del receptor. Para ello tenga en cuenta las siguientes características:

- La señal de brillo, $b(t)$, tiene un ancho de banda de 3 MHz, las señales de color, $c_1(t)$ y $c_2(t)$, de 1MHz cada una y la de sonido, $s(t)$, de 15 KHz.
- El modulador de FM (FM_1) utilizado para modular el sonido, tiene una desviación de frecuencia de 50 KHz y una portadora de 5,5 MHz.
- El segundo modulador FM (FM_2), tiene una desviación de frecuencia de 13 MHz y una portadora de 11 GHz.

- La señal $z(t)$ se encuentra normalizada en amplitud y su potencia es $1/3$.
- El modulador en cuadratura (Q) utiliza una portadora de 4,3 MHz.
- Todos los filtros del receptor y demoduladores son ideales.
- El canal introduce una atenuación de 100 dB y la densidad espectral de potencia del ruido AWGN a la entrada del receptor es de -150 dBm/Hz.
- Asíumase que en la entrada del demodulador FM₁ el ruido es blanco.
- La potencia transmitida es de 60 dBm.



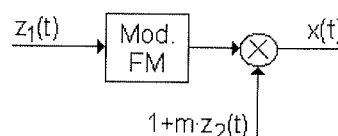
- Dibuje la forma del espectro de la señal $z(t)$, especificando los límites de los diferentes canales, y determine el ancho de banda de la señal $x(t)$.
- Calcule la SNR a la salida del demodulador FM₂.
- Calcule la SNR de las señales $b'(t)$, $s'(t)$, $c_1'(t)$ y $c_2'(t)$.
- Obtenga las relaciones que debería haber entre las potencias de las señales $b(t)$, $S_{FM}(t)$ y $C_Q(t)$ para que todas las señales del apartado c) obtuvieran la misma SNR.

**Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación.
Departamento de Ingeniería de Comunicaciones - Universidad de Málaga.
Examen de Comunicaciones Analógicas - Convocatoria de Septiembre de 2000.
Tiempo: 3 horas.**

PARTE TEÓRICA (sin apuntes ni libros, 1 hora)

EJERCICIO 1

Tenemos el siguiente sistema:



Las señales $z_1(t)$ y $z_2(t)$ son dos señales de información normalizadas en amplitud, independientes entre sí, y de ancho de banda B . El modulador FM tiene una frecuencia de portadora f_c , y produce una desviación máxima de frecuencia f_Δ .

- Calcule el ancho de banda de la señal modulada.
- Dibuje la estructura del receptor que recupera ambas señales, indicando claramente los distintos bloques funcionales.
- ¿Cómo afecta el parámetro m a la relación S/N de cada una de las dos salidas del receptor (correspondientes a las señales $z_1(t)$ y $z_2(t)$)?

EJERCICIO 2

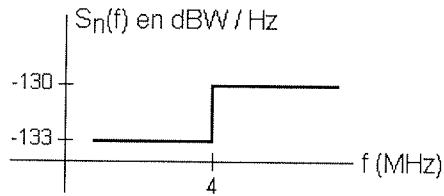
Se quiere transmitir una señal de audio de banda limitada en 300 Hz – 15 KHz. Se pretende comparar los resultados que se obtienen usando:

- AM con $m = 1$.
 - AM con $m \gg 1$.
- El segundo modulador ¿es una verdadera modulación AM? Justifique su respuesta.
 - Proponga un receptor incoherente en cada caso. Dibuje el diagrama.
 - Suponiendo receptores con filtros ideales, obtenga las expresiones de las relaciones S/N a la salida y compárelas.
 - Haga una crítica de la modulación tipo 2. ¿Qué dificultades prácticas pueden aparecer en la realización de su receptor? ¿Cómo afectarían a la relación S/N calculada en el apartado anterior?

PARTE PRÁCTICA (con apuntes y libros, 2 horas)

PROBLEMA 1

Cierto canal real produce una atenuación a la señal transmitida de 70 dB. El ruido a la entrada del receptor es gaussiano y estacionario, con una densidad espectral de potencia que viene reflejada en la figura adjunta. Se dispone de capacidad para transmitir en la banda de 3 a 5 MHz con una potencia de 5 W.



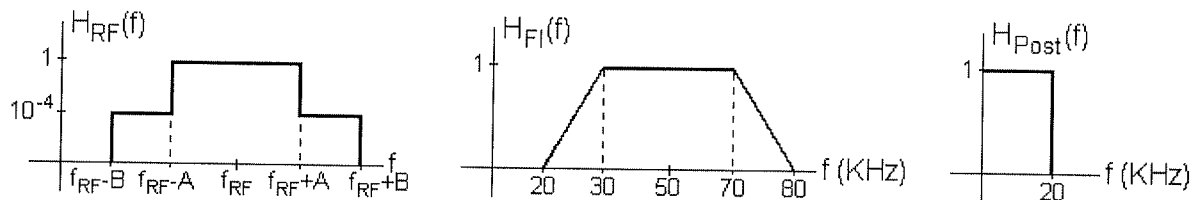
- Calcular la capacidad del canal. Dicha capacidad se alcanza cuando la señal transmitida es estacionaria y gaussiana.
- Calcular la d. e. p. de la señal equivalente paso-bajo y de las componentes en fase y en cuadratura, tanto de la señal transmitida como del ruido. Calcular la densidad espectral cruzada entre las componentes en fase y cuadratura.
- Hallar la capacidad de dicho canal si utilizamos modulación DBL (hacer uso del modelo equivalente paso-bajo).
- Hallar la capacidad de canal si utilizamos modulación en cuadratura.
- Comparar los resultados en los dos apartados anteriores con el obtenido en a), y justifique las diferencias.

PROBLEMA 2

Sea un sistema de comunicaciones que transmite 10 señales multiplexadas en frecuencia. Cada una de ellas ocupa en banda base 20 KHz, y son moduladas en AM con frecuencias de portadoras:

$$f_{ci} = 200 \text{ KHz} + (i - 1) \cdot 50 \text{ KHz} \quad i = 1..10.$$

Se quiere diseñar un receptor superheterodino para este sistema. El amplificador de RF sintonizado se puede ver como un amplificador ideal seguido del filtro de la figura 1, y el amplificador de FI de igual manera pero seguido del filtro 2. El demodulador de AM es incoherente y con filtro de postdetección ideal.



- Dibuje el diagrama detallado de bloques del receptor usado para recibir el canal de $i = 5$ (indique expresamente en el diagrama el valor de sus parámetros que permitan recuperar el canal).
- Obtenga la relación S/N que se tiene a la entrada y salida del demodulador de AM para dicho canal en los siguientes casos:

- Amplificador RF con $A = 40 \text{ KHz}$ y $B = 70 \text{ KHz}$.
- Amplificador RF con $A = 70 \text{ KHz}$ y $B = 130 \text{ KHz}$.

Datos adicionales:

- Las señales están normalizadas en amplitud, y su potencia es de $1/4$.
- $m = 1$
- $\alpha = 60 \text{ dB}$ (atenuación)
- $P_z = 40 \text{ dBm}$
- Fuente AWGN: $S_n(f) = -120 \text{ dBm} / \text{Hz}$
- Se considera ruido la interferencia de cualquier canal vecino en la señal demodulada.

**Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación.
Departamento de Ingeniería de Comunicaciones - Universidad de Málaga.
Examen de Comunicaciones Analógicas - Convocatoria de Junio de 2000.
Tiempo: 3 horas y 45 minutos.**

PARTE TEÓRICA (sin apuntes ni libros, 1 hora y 15 minutos)

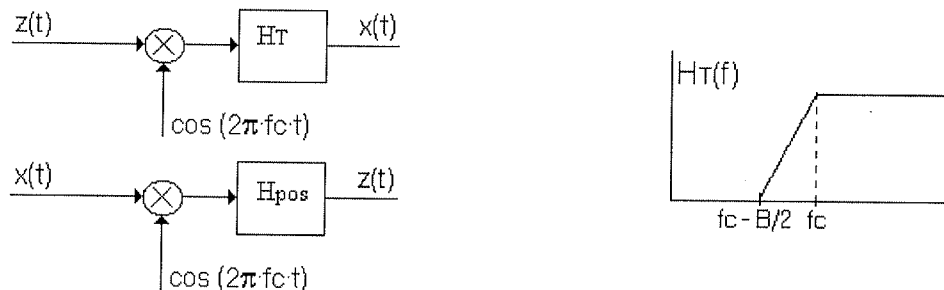
EJERCICIO 1

Dado un código cuyo alfabeto fuente consta de tres símbolos con probabilidades $1/2$, $1/3$ y $1/6$ respectivamente, se pide:

- Codificación Huffman binaria de ese alfabeto. Calcular el rendimiento del código.
- Considerar extensión 2 de la fuente. Hallar el rendimiento y el código Huffman.
- Considerar un código con extensión infinita. ¿qué ocurre con el rendimiento?
- Definir un código Huffman y enunciar sus características.

EJERCICIO 2

Tenemos una señal de voz $z(t)$ en banda base, cuyo ancho de banda es B KHz. Dicha señal atraviesa el sistema de la figura:



- Hallar el filtro H_{pos} para recuperar la señal $z(t)$.
- Considerar qué modificaciones pueden realizarse en los sistemas transmisor y receptor para realizar detección incoherente con la misma banda.

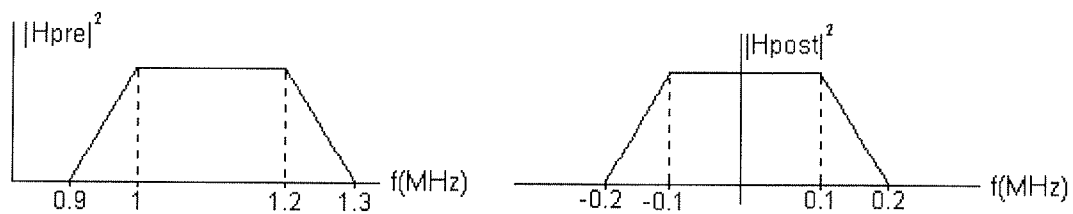
PARTE PRÁCTICA (con apuntes y libros, 2 horas y 30 minutos)

PROBLEMA 1

Partimos de una señal en banda base $z(t)$ normalizada en su amplitud y limitada en ancho de banda $R = 100$ KHz. Se modula en BLU superior. Posteriormente se introduce en un canal cuya atenuación A varía con la distancia d entre el transmisor y el receptor según la expresión siguiente:

$$A = 32 + 20 \cdot \log_{10}(d), \text{ con } d \text{ en kilómetros y } A \text{ en decibelios.}$$

Si la frecuencia de la portadora es de 1MHz, calcular la pérdida de alcance sobre este sistema, si se emplean los filtros caracterizados en la figura en lugar de filtros ideales:



Nota: el alcance se define como la máxima distancia (entre el transmisor y el receptor) a la que queremos un valor mayor o igual que uno solicitado de relación S/N a la salida del receptor.

PROBLEMA 2

Consideramos una pareja transmisor-receptor de FM estéreo, con los siguientes parámetros:

- Las señales $X_R(t)$ y $X_L(t)$ están limitadas en banda de 15 KHz, y son estadísticamente independientes.
- La desviación en frecuencia es de 75 KHz.
- El canal produce una atenuación de 80 dB.
- La señal mensaje $m(t)$ está normalizada en su amplitud, y todas sus componentes tienen la misma potencia, que es $1/12$.
- La densidad espectral de potencia de la señal ruido AWGN a la entrada del receptor es $S_n(f) = -130$ dBm/Hz.
- La potencia de transmisión es de 50 dBm.

Se pide:

- Determinar y dibujar la densidad espectral de potencia de ruido en $x(t)$ e $y(t)$.
- SNR a la salida de $x(t)$.
- SNR a la salida de $y(t)$.
- SNR para las señales $y_L(t)$ e $y_R(t)$.
- ¿Qué se puede hacer para mejorar la calidad del sistema (sin llegar a modificar la potencia de transmisión ni la desviación de frecuencia)?

Examen de Comunicaciones Analógicas

Página 1

Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación

Departamento de Ingeniería de Comunicaciones

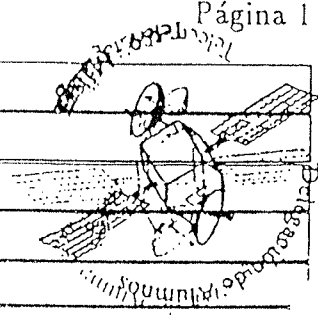
Examen de Comunicaciones Analógicas

Málaga, 10 de Septiembre de 1.997

Nombre:

Puntuación: 2-4-4

Tiempo: 2 horas y 45 minutos



Ejercicio 1 Calcular la transformada de Hilbert de las siguientes señales:

$$x_1(t) = 3 \cos(2000\pi t + 0.75)$$

$$x_2(t) = 10 \frac{1}{t}$$

$$x_3(t) = 100$$

Ejercicio 2 Se desea transmitir una señal estéreo de alta calidad $x(t)$, con un ancho de banda $B = 30 \text{ KHz}$ por un canal gaussiano que tiene un ancho de banda utilizable de $B_c = 0.6 \text{ MHz}$. La señal está normalizada y tiene una potencia media $P_x = 0.1 \text{ W}$.

- Calcular la mejora (en dB) en relación señal a ruido que se obtiene al utilizar un sistema FM que utilice en exclusiva este canal, en relación con la que se obtiene con un sistema AM con índice de modulación ($\mu = 0.9$).
- Calcular la mejora (en porcentaje) en ancho de banda de transmisión del sistema FM con respecto a un sistema PM con la misma relación señal a ruido.

Ejercicio 3 Una señal $x(t)$ normalizada ($\max|x(t)| = 1$, $P_x = 0.1 \text{ W}$) con ancho de banda $B = 5 \text{ KHz}$ modula una señal PPM, que utiliza pulsos de coseno alzado ($A = 2$, $T = 1 \mu\text{s}$):

$$p(t) = \begin{cases} \frac{A}{2} (1 + \cos(\frac{\pi t}{T})) & |t| \leq T \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

La señal se muestrea a la frecuencia de Nyquist y el detector se activa cuando el pulso detectado alcanza el valor $A/2$. El canal introduce un ruido aditivo, blanco, gaussiano e independiente de la señal con una densidad espectral de potencia de $\eta = 1 \text{ nW}$. El índice de modulación es el máximo posible.

- Calcular la relación señal a ruido (en dB) a la salida del demodulador.
- Calcular la figura de mérito del sistema.

Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación	
Departamento de Ingeniería de Comunicaciones	
Examen de Comunicaciones Analógicas	
Málaga, 24 de Junio de 1.997	
Nombre:	
Puntuación: 3-4-3	Tiempo: 2 horas y 30 minutos

Ejercicio 1 Un modulador de AM de ley cuadrática emplea un dispositivo no lineal, seguido de un filtro paso banda para obtener la señal modulada $x_p(t)$. Sean $x_1(t) = x(t) + A_p \cos(2\pi f_p t)$ la señal que se aplica al dispositivo no lineal y $x_2(t)$ la señal a su salida. El sistema no lineal viene descrito por:

$$y(t) = ax(t) + bx^2(t)$$

Las características de la señal $x(t)$ son las siguientes: aleatoria, estacionaria en sentido amplio, media cero, $\max |x(t)| = A_x = 5$ V, función de autocorrelación $R_x(\tau) = 2 \text{sinc}(2000\tau)$.

- Calcular la expresión de las señales $x_1(t)$, $x_2(t)$ y $x_p(t)$.
- Dibujar el espectro de potencia de las señales $x_1(t)$, $x_2(t)$ y $x_p(t)$.
- Determinar la función de transferencia $H(f)$ de un filtro ideal que permita obtener la señal AM.
- Calcular la relación entre las constantes b y a para obtener un índice de modulación $\mu = 0.8$.

Ejercicio 2 Se desea transmitir la señal $x(t) = 2 \cos(20000\pi t)$ utilizando modulación FM con una calidad de relación señal a ruido de 50 dB. El canal de comunicaciones es gaussiano y está afectado por ruido aditivo y gaussiano, con densidad espectral de potencia $n_0 = 1$ nW/Hz. La potencia media que se recibe en el receptor es de $P_R = -30$ dB. Se utiliza un sistema de preénfasis-deénfasis con una función de transferencia en el transmisor

$$H(f) = 1 + \frac{jf}{f_0}$$

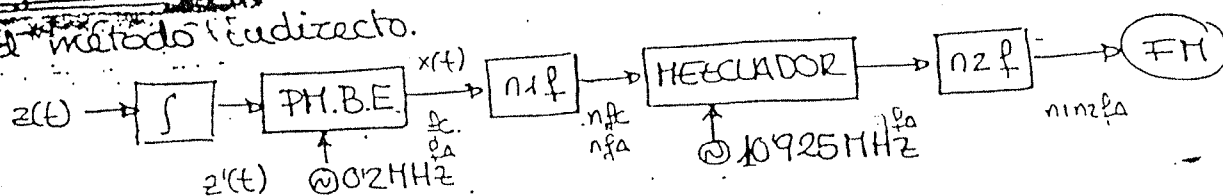
- Calcular el valor del índice de modulación β necesario para los siguientes valores de f_0 : $f_0 = i$ KHz, $i = 1, \dots, 10$.
- Dibujar una gráfica con el valor del ancho de banda de transmisión B_T frente al valor de f_0 .

Ejercicio 3 Una señal aleatoria $x(t)$ de varianza unidad tiene una función densidad de probabilidad de tipo triangular ($a > 0$):

$$f_{AX}(x) = \begin{cases} \frac{a-|x|}{a^2} & 0 < |x| \leq a \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

- Calcular la entropía diferencial en bits por símbolo de la señal $x(t)$.

Ejercicio: Analizar el sistema de modulación FM que utiliza el método indirecto.



Datos:

Se está modulando un tono de frecuencia 12.5 KHz

ϕ_A de PHBE = $2 \cdot 10^{-3}$ rad.

$f_c = 90$ MHz $\rightarrow$ frecuencia final de la señal FM.

$f_A = 75$ KHz.

Preguntas:

A) Desviación de frecuencia que produce el modulador de fase.

f_c ? PH.

$$x(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \phi_A \cdot z'(t)] = A_c \cos[2\pi f_c t + \phi_A \int_{-\infty}^t z(\tau) d\tau] \approx \text{FM}$$

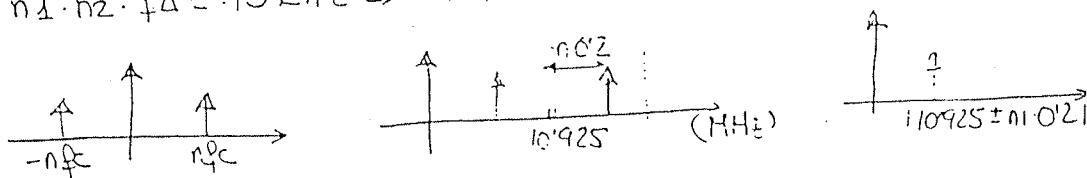
$$z'(t) = \int_{-\infty}^t z(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^t \cos(2\pi f_m \tau) d\tau = \frac{1}{2\pi f_m} \sin(2\pi f_m t)$$

$$\Rightarrow \text{FM: } x(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + 2\pi f_A \frac{1}{2\pi f_m} \sin(2\pi f_m t)] \Rightarrow \text{Identificando términos}$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi f_A}{2\pi f_m} = \frac{f_A}{f_m} = \phi_A \Rightarrow f_A = f_m \cdot \phi_A = 12.5 \cdot 10^3 : 2 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \boxed{f_A = 25 \text{ Hz}}$$

B) n_1 y n_2 ?

$$n_1 \cdot n_2 \cdot f_A = 75 \text{ KHz} \Rightarrow n_1 \cdot n_2 = 3 \cdot 10^3$$



$$|10.925 \pm n_1 \cdot 0.2| \cdot n_2 = 90 \Rightarrow |10.925 n_2 \pm 3 \cdot 10^3 \cdot 0.2| = 90 \Rightarrow$$

$$\bullet 10.925 n_2 \pm 3 \cdot 10^3 \cdot 0.2 = 90 \rightarrow 10.925 n_2 = -510 \text{ no}$$

$$\rightarrow 10.925 \cdot n_2 = 690 \Rightarrow n_2 = 63.15$$

$$\bullet 10.925 n_2 + 600 = -90 \rightarrow 10.925 n_2 = -690 \text{ no}$$

c) BW de la señal al final.

Regla de Carson $\rightarrow B_c = 2[W + f_m] = 2[12.5K + 75K] = 175KHz$

d) Si deseamos que $(S/N)_s \geq 25dB$; hallar P_T .

Dato: DEP entrada $\eta = -110 dBm/Hz$, $A = 60dB$.

$$\left(\frac{S}{N}\right)_s = \frac{3P_R P_H}{N W} \cdot D^2 = \frac{3 \cdot P_R \cdot 1/2}{10^{-14} \cdot 12.5 \cdot 10^3} \cdot 6^2 = 25dB = 10^{2.5} W = 316.22 \quad *$$

$$D = \frac{f_m}{W} = \frac{75KHz}{12.5KHz} \Rightarrow D = 6 \quad P_H = \frac{Am^2}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\eta = -110 dBm/Hz = 10 \log \frac{W}{10^{-3}} \Rightarrow \eta = 10^{-14} W/Hz$$

$$* P_R = \frac{10^{2.5} \cdot 10^{-14} \cdot 12.5 \cdot 10^3}{3 \cdot 35 \cdot 1/2} \Rightarrow P_R = 7.32 \cdot 10^{-10} W = -94.35dB$$

Comprobamos si se produce el efecto umbral.

$$\left(\frac{S}{N}\right)_E = \frac{P_R}{2\eta \cdot B_c} = \frac{7.32 \cdot 10^{-10}}{2 \cdot 10^{-14} \cdot 175 \cdot 10^3} = 0.209 W = -6.79 < 10dB \Rightarrow \underline{\underline{NO}}$$

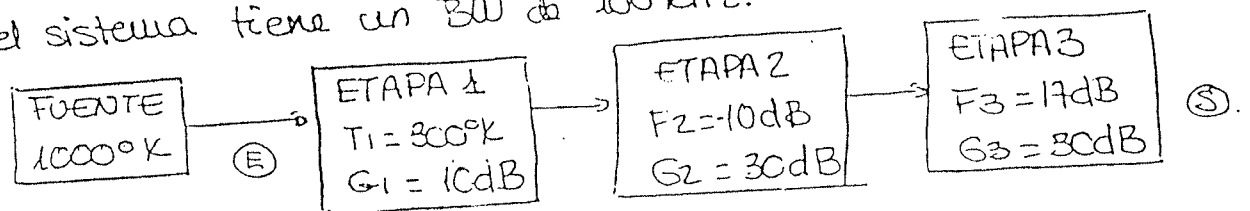
Entonces:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_E = \frac{P_R}{2 \cdot 10^{-14} \cdot 175 \cdot 10^3} = 10dB = 10W \Rightarrow P_R = 3.5 \cdot 10^{-8} W = -74.55dB$$

$$P_T = P_R + 60dB \Rightarrow \boxed{P_T = -14.55dB}$$

Ejercicio

Señal una fuente con una temperatura equivalente de ruido de 1000°K seguida por una cadena de 3 amplificadores en cascada, que tiene las especificaciones indicadas en la figura. Supóngase que el sistema tiene un BW de 100 kHz .



Calcule:

A) Factor de ruido del sistema.

$$F_1 = 1 + \frac{T_{eq1}}{T_0} = 1 + \frac{300}{290} = 2.034$$

$$G_1 = 10\text{ dB} = 10$$

$$F_2 = 10$$

$$G_2 = 30\text{ dB} = 10^3$$

$$F_3 = 10^{1.7}$$

$$G_3 = 30\text{ dB} = 10^3$$

$$F_F = 1 + \frac{T_{eq}}{T_0} = 1 + \frac{1000}{290} = 4.41827$$

$$F = F_F + \frac{F_1 - 1}{1} + \frac{F_2 - 1}{1 \cdot G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 \cdot G_2} = 4.44827 + 1.034 + \frac{9}{10} + \frac{49.1187}{10 \cdot 10^3}$$

$$\Rightarrow F = 6.387 = 8.063\text{ dB}$$

B) Si se intercambian las etapas 1 y 2, halle el nuevo F.

$$F = F_F + \frac{F_2 - 1}{1} + \frac{F_1 - 1}{G_2} + \frac{F_3 - 1}{G_2 \cdot G_1} = 4.44827 + \frac{9}{1} + \frac{1.034}{10^3} + \frac{49.1187}{10 \cdot 10^3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = 13.4542 = 11.28\text{ dB}$$

C) Temperaturas equivalentes para los sist. de los apartados anteriores.

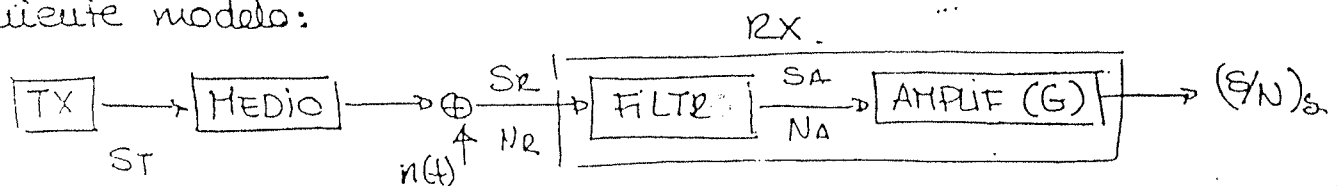
$$F_A = 1 + \frac{T_{eqA}}{290^\circ} \Rightarrow T_{eqA} = 1562.23^\circ\text{K}$$

$$F_B = 1 + \frac{T_{eqB}}{290^\circ} \Rightarrow T_{eqB} = 3611.718^\circ\text{K}$$

D) Para ambas configuraciones, determine la pot. de la señal de entrada necesaria para que la relación $(S/N)_0 = 40\text{ dB}$.

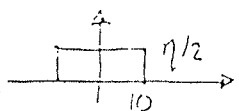
Ejercicio:

Se transmite en banda base una señal analógica cuya función DEP práctica se anula para frec's. superiores a 10 KHz. El sistema de transmisión es analizable mediante el siguiente modelo:



A) Se desea q la $(S/N)_s$ sea de 30 dB para lo q se dispone de un amplificador ideal de ganancia $G=10$ y un nivel de ruido despreciable. El F.P. Bajo es ideal con $f_c = 10$ KHz. y un factor de atenuación en potencia $K=2$; si la DEP del ruido en RX es cte de valor $S_n(f) = 0.5 \cdot 10^{-7}$ W/Hz, calcule la máxima distancia posible de TX si la pot. máxima operativa del rx es de 10 W, y el medio consiste en un par de hilos físicos con una cte de atenuación $\alpha = 2$ dB/km. para todas las frec's.

El filtro recorta el ruido fuera de banda:



$$N_R = 0.5 \cdot 10^{-7} \cdot 10 \cdot 10^3 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ W} \Rightarrow N_A = \frac{N_R}{2} = 2.5 \cdot 10^{-4} \text{ W}$$

$$S_A = \frac{S_R}{2}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_s = \frac{G \cdot S_A}{G \cdot N_A} = \frac{S_A}{N_A} = \frac{S_R/2}{2.5 \cdot 10^{-4}} = \frac{S_R}{5 \cdot 10^{-4}} = 30 \text{ dB} = 10^3 \Rightarrow S_R = 0.5 \text{ W} = -3.01 \text{ dB}$$

$$S_T - \alpha_T = -3.01 \text{ dB} \Rightarrow S_{TMAX} = 10 \text{ W} = 10 \text{ dB} \Rightarrow \alpha_T = 13.01 \text{ dB} = 2 \frac{\text{dB}}{\text{km}} \cdot d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{d = 6.5 \text{ km}}$$

B) Idem. con un filtro de frec. de corte $f_c = 12$ KHz

$$N_R = 0.5 \cdot 10^{-7} \cdot 12 \cdot 10^3 = 6 \cdot 10^{-4} \Rightarrow N_A = 3 \cdot 10^{-4} \text{ W} \leftarrow \text{Se queda + ruido}$$

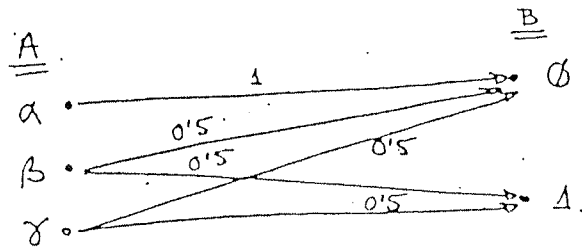
$$S_A = \frac{S_R}{2}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_s = \frac{S_A}{N_A} = \frac{S_R/2}{3 \cdot 10^{-4}} = \frac{S_R}{6 \cdot 10^{-4}} = 30 \text{ dB} = 10^3 \Rightarrow S_R = 0.6 \text{ W} = -2.22 \text{ dB}$$

Examen Com. Analógica y Digital

10.11 PROAKIS.

Para el canal de la figura, encontrar la capacidad del canal, y la distribución de entrada que garantiza esta capacidad.



Capacidad: $C = \max [I(A; B)]$

$$I(A; B) = H(B) - H(B/A)$$

$$H(B) = \sum p(b_i) \log_2 \frac{1}{p(b_i)} = k \log_2 \frac{1}{k} + (1-k) \log_2 \frac{1}{1-k} = H(k)$$

$$p(0) = p(\alpha) \cdot 1 + p(\beta) \cdot 0.5 + p(\gamma) \cdot 0.5 = p(\alpha) + \frac{1}{2}[p(\beta) + p(\gamma)] = k \Rightarrow$$

$$p(1) = 1 - p(0) = 1 - k = 1 - k \Rightarrow p(\alpha) + \frac{1}{2}(1 - p(\alpha)) = \frac{1}{2}p(\alpha) + \frac{1}{2}$$

$$H(B/A) = \sum p(\alpha_i) H(B/\alpha_i) = p(\beta) + p(\gamma) = 1 - p(\alpha)$$

$$H(B/\alpha_i) = \sum p(b_j) \log_2 \frac{1}{p(b_j/\alpha_i)}$$

$$H(B/\alpha) = p(0) \log_2 \frac{1}{p(0/\alpha)} + p(1) \log_2 \frac{1}{p(1/\alpha)} = k \log_2 \frac{1}{k} + (1-k) \log_2 \frac{1}{0} = 0$$

$$H(B/\beta) = p(0) \log_2 2 + p(1) \log_2 2 = p(0) + p(1) = 1 = H(B/\gamma)$$

$$I(A; B) = H(B) - H(B/A) = H(k) + 2k = k \log_2 \frac{1}{k} + (1-k) \log_2 \frac{1}{1-k} + 2k$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{para } a \\ \text{Ln} \end{array} \right\} = k \frac{\ln 1/k}{\ln 2} + (1-k) \frac{\ln 1/(1-k)}{\ln 2} + 2k$$

Para maximizar la Información conjunta $\Rightarrow$ Capacidad:

$$\frac{\partial I(A; B)}{\partial k} = 0 = \frac{1}{\ln 2} \left[\ln \frac{1}{k} - 1 - \ln \frac{1}{1-k} + 1 \right] + 2 = 0 \Rightarrow \log_2 \frac{1}{k} - \log_2 \frac{1}{1-k} - \frac{2}{\ln 2} + 2 = 0$$

$$\Rightarrow \log_2 \frac{k-1}{k} = \frac{2}{\ln 2} - 2 \Rightarrow \frac{k+1}{k} = 1.847 \Rightarrow k = 1.18026 \Rightarrow p(\alpha) =$$

EXÁMEN COM. ANALÓGICAS (Julio '99)

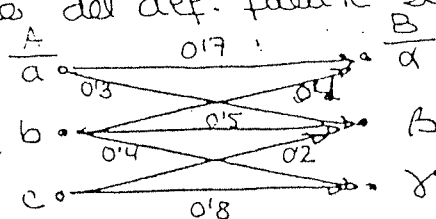
TEORÍA (1.1)

④ Obtenga las reglas de decisión óptima y de máxima verosimilitud para el canal de la figura adjunta e indique la prob. de error en cada caso. Las prob. de ocurrencia de cada símbolo del alf. fuente son:

$$p(a) = 0.2$$

$$p(b) = 0.5$$

$$p(c) = 0.3$$



DECISIÓN ÓPTIMA : $d(b_j) = a^* / p(a^*/b_j) \geq p(a_i/b_j) \quad \forall i$

$$p(a/b) = \frac{p(a/b) \cdot p(b)}{p(b)} = \frac{p(a/b) \cdot p(b)}{p(b)}$$

$$p(\alpha) = p(a) \cdot p(\alpha/a) + p(b) \cdot p(\alpha/b) + p(c) \cdot p(\alpha/c) = 0.2 \cdot 0.7 + 0.5 \cdot 0.4 + 0.3 \cdot 0.1 = 0.49$$

$$p(\beta) = 0.2 \cdot 0.3 + 0.5 \cdot 0.5 + 0.3 \cdot 0.2 = 0.37$$

$$p(\gamma) = 0.2 \cdot 0 + 0.5 \cdot 0.4 + 0.3 \cdot 0.8 = 0.44$$

$$\text{I} \quad p(a/\alpha) = \frac{p(a/\alpha) \cdot p(a)}{p(\alpha)} = \frac{0.7 \cdot 0.2}{0.49} = 0.2857$$

$$p(b/\alpha) = \frac{p(b/\alpha) \cdot p(b)}{p(\alpha)} = \frac{0.4 \cdot 0.5}{0.49} = 0.4082$$

$$p(c/\alpha) = \frac{p(c/\alpha) \cdot p(c)}{p(\alpha)} = 0$$

$$\text{II} \quad p(b/\alpha) = \frac{p(b/\alpha) \cdot p(b)}{p(\alpha)} = \frac{0.4 \cdot 0.5}{0.49} = 0.4082$$

$$p(b/\beta) = \frac{p(b/\beta) \cdot p(b)}{p(\beta)} = \frac{0.5 \cdot 0.5}{0.37} = 0.6757$$

$$p(b/\gamma) = \frac{p(b/\gamma) \cdot p(b)}{p(\gamma)} = 0.4545$$

$$\text{III} \quad p(c/\alpha) = \frac{p(c/\alpha) \cdot p(c)}{p(\alpha)} = 0$$

$$p(c/\gamma) = \frac{p(c/\gamma) \cdot p(c)}{p(\gamma)} = 0.5455$$

$$p(c/\beta) = \frac{p(c/\beta) \cdot p(c)}{p(\beta)} = \frac{0.2 \cdot 0.3}{0.37} = 0.1622$$

$$d(\alpha) = a \quad d(\beta) = b \quad d(\gamma) = c$$

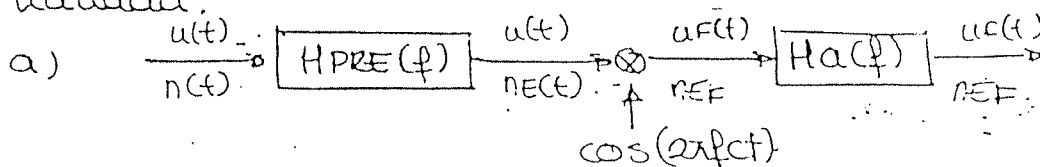
MÁXIMA VEROSIMILITUD: $p(d(b_j)/a_i) \geq p(b_j/a_i) \quad \forall i$

$d(a) = a \quad d(b) = b \quad d(c) = c$

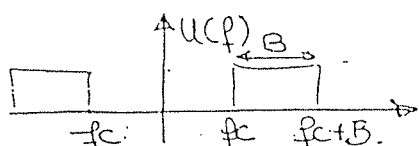
$$P_E = \sum_j p(b_j) \cdot p(e/b_j) = \sum_j p(b_j) (1 - p(d(b_j)/b_j)) = 1 - \sum_j p(b_j) \cdot p(d(b_j)/b_j)$$

$$= 1 - [p(a) \cdot p(a/a) + p(b) \cdot p(b/b) + p(c) \cdot p(c/c)] \Rightarrow \boxed{P_E = 0.3713}$$

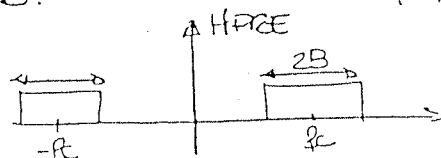
- ② Los RX de la figura adjunta se usan para demodular una sñ q ha sido previamente modulada en BW superior. La señal modulada es perturbada por AWGN de DEP: $S_n(f) = 1/2$. Expresar S/N a la salida de cada uno de los casos en función de η , de la potencia de la señal BW recibida P_R y de su ancho de banda B . ($f_c \gg B$) Justificar la (S/N)s hallada.



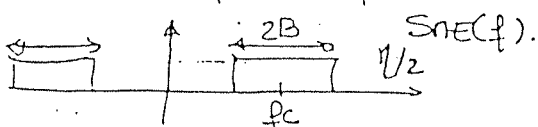
$$H_{PRE}(f) = \begin{cases} 1 & |f| - f_c \leq 2B \\ 0 & |f| - f_c > 2B \end{cases}$$



$$H_a(f) = \begin{cases} 1 & |f| \leq B \\ 0 & |f| > B \end{cases}$$



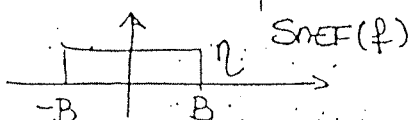
- Tras el filtro predetección:



$$u(t) = m(t) \cdot \cos 2\pi f_c t - \hat{m}(t) \sin 2\pi f_c t$$

la señal pasará tal cual.

- Tras multiplicar x el coseno, tendremos las comp. en fase:

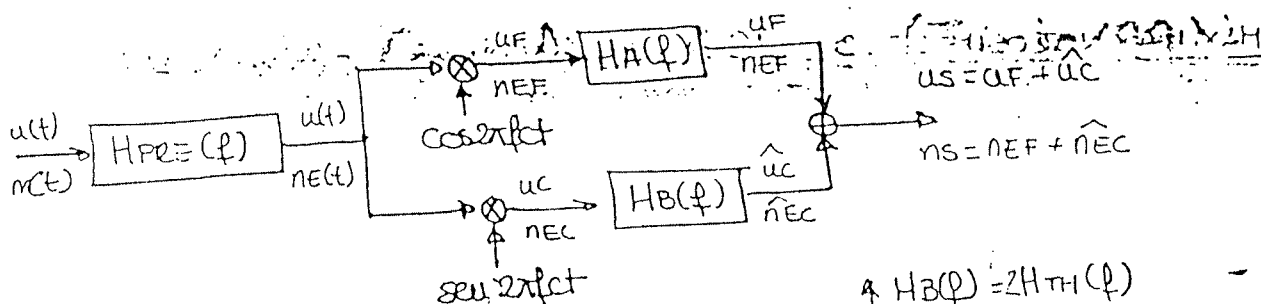


$$\begin{cases} u_F(t) = m(t) \\ u_c(t) = \hat{m}(t) \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} 2P_R = P_{uF} + P_{uc} = 2P_{uF} \\ \Rightarrow P_R = P_{uF} \end{array} \right.$$

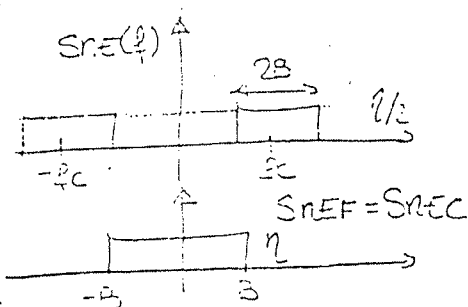
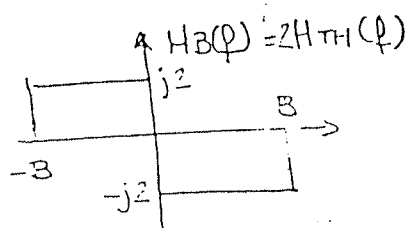
- Tras el filtro $H_a(f)$:

$$n_s(t) = n_{cF}(t) \rightarrow P_{ns} = 2B\eta \quad \left| \frac{1}{s} \right| \quad P_R$$

b)



$$H_B(\phi) = \begin{cases} -j \operatorname{sign}(\phi) & |\phi| \leq B \\ 0 & |\phi| > B \end{cases}$$



$$P_{us} = P_{uF} + P_{u\hat{C}} = P_{uF} + P_{u\hat{C}} = 2P_R$$

$$P_{ns} = P_{nEF} + P_{n\hat{EC}} = P_{nEF} + P_{nEC} = 2P_{nEF} =$$

$$\Rightarrow P_{ns} = 2B\eta$$

$$P_{nEF} = 2B\eta$$

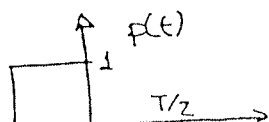
$$\left(\frac{S}{N} \right)_s = \frac{P_R}{2B\eta} = \frac{P_R}{B\eta}$$

PROBLEMAS (2h)

EJERCICIO 1

Señal BB $z(t)$ de amplitud normalizada y $BW = 10\text{ KHz}$. se modela usando en 1er lugar usando una modulación tipo PAM con un pulso $p(t)$, bipolar y de duración = al período de muestreo. para evitar solapes espectrales, la señal PAM resultante modela en FM una portadora de 1 MHz de modo que la desviación máxima de fase resulta ser $\pi/4$.

2) Obtener la expresión del equivalente paso-bajo de la señal FM.



Nota: considere que la relación (S/N) a la entrada del discriminador es, al menos, superior al valor umbral.

B) Calcular la desviación de frecuencia de la señal FH

$\phi(t) = 2\pi f_\Delta \sum z(i) \cdot g(t-iT) \leftarrow$ fase. Encuentra el valor máximo:

$$z(t) \text{ está normalizada } \Rightarrow z(i)_{\max} = 1 \quad \left. \begin{array}{l} \\ g(t-iT)_{\max} = T/2 \end{array} \right\} \phi(t)_{\max} = 2\pi f_\Delta \frac{T}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f_\Delta = \frac{1}{4T} \Rightarrow \text{Th. Niquist} \Rightarrow \frac{1}{T} = 2B \Rightarrow T = \frac{1}{20 \text{ KHz}} \Rightarrow \boxed{f_\Delta = 5 \text{ KHz}}$$

para q no haya solapes espectrales.

Considere a continuación el sistema mod/demod. FH anterior. Se pretende mejorar en 20 dB la relación (S/N) a la salida del demodulador, sin modificar la potencia de TX ni la frec. de portadora.

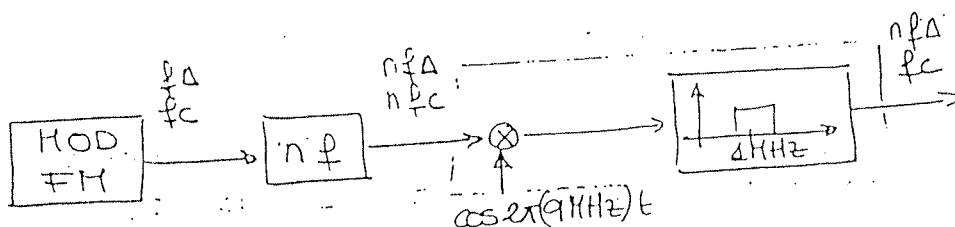
c) Si usa el modulador de FH previamente considerado como primera etapa, diseñe una segunda etapa de txp que permita conseguir dicha mejora.

$$\left(\frac{S}{N}\right)_s^{FH} = \frac{3 \cdot P_R \cdot P_x}{\eta \cdot W} \cdot D^2 \Rightarrow D = \frac{f_\Delta}{W} \Rightarrow P_R, P_x, \eta \quad \left. \begin{array}{l} W = \text{BID de } x(t) \\ \text{Valores fijos} \\ \text{no mover.} \end{array} \right\}$$

Lo único q se puede variar es $f_\Delta \Rightarrow$ MULTIPLICADOR DE FREC.

$$\left(\frac{S}{N}\right)_N = \left(\frac{S}{N}\right) + 20 \text{ dB} = \frac{3 P_R P_x}{\eta W} \left(\frac{f_\Delta}{W}\right)^2 + 20 \text{ dB} = \frac{3 P_R P_x}{\eta W} \left(\frac{n f_\Delta}{W}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 \lg \left(\frac{n f_\Delta}{W}\right)^2 + 20 \text{ dB} = 10 \lg \left(\frac{n f_\Delta}{W}\right)^2 \Rightarrow 20 = 10 \lg n^2 \Rightarrow n^2 = 10^2 = 100 \Rightarrow \boxed{n = 10}$$



Como no podemos variar la frec. de portadora $f_c \Rightarrow$ mezclador.

d) MODULACIÓN DIGITAL SIN RESTRICCIÓN de BW.

Como no hay restricción de BW $\Rightarrow W \rightarrow \infty$.

$$\left(\frac{S}{D}\right)_{\min} = 60 \text{ dB} \rightarrow \left(\frac{S}{D}\right) = 72 \text{ dB} = \frac{S \times 2}{D} = 10^{7.2}$$

$$R_{\text{MAX}} = \frac{1}{2} \lg_2 \frac{S \times 2}{D} = \frac{1}{2} \lg_2 10^{7.2} = 11.95 \text{ bps}.$$

En realidad se usa una $R = \frac{1}{4} R_{\text{MAX}} = 2.989 \text{ bps} \approx 3 \text{ bps}$.

$$R_{\text{MAX}} = C = W \lg_2 \left[1 + \left(\frac{S}{N} \right)_E \right] = 11.95 \Rightarrow \frac{W}{\lg 2} \ln \left[1 + \left(\frac{S}{N} \right)_E \right] = 11.95 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W \cdot \ln \left[1 + \left(\frac{S}{N} \right)_E \right] = 8.1283 \rightarrow \text{aprox} \rightarrow \left(\frac{S}{N} \right)_E = \frac{8.1283}{W} = \frac{P_R}{N W} \Rightarrow P_R =$$

$$\Rightarrow P_R = 1.65 \cdot 10^{-15} W = -147.8 \text{ dB}.$$

$$P_T = 80 \text{ dB} + P_R \Rightarrow \boxed{P_T = -67.80 \text{ dB} = 1.65 \cdot 10^{-7} W}$$

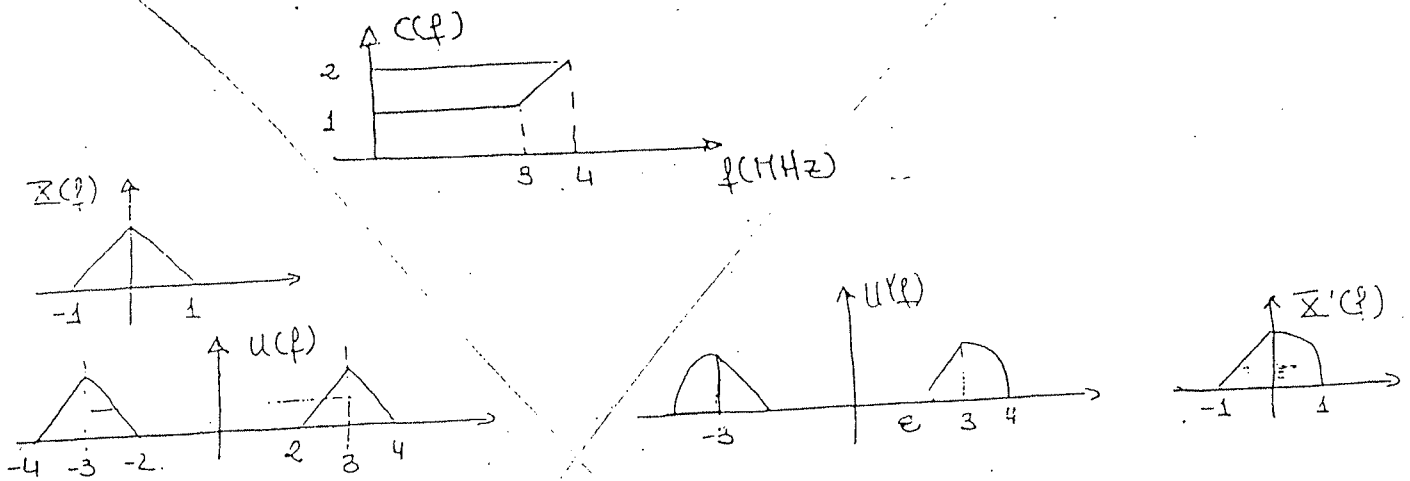
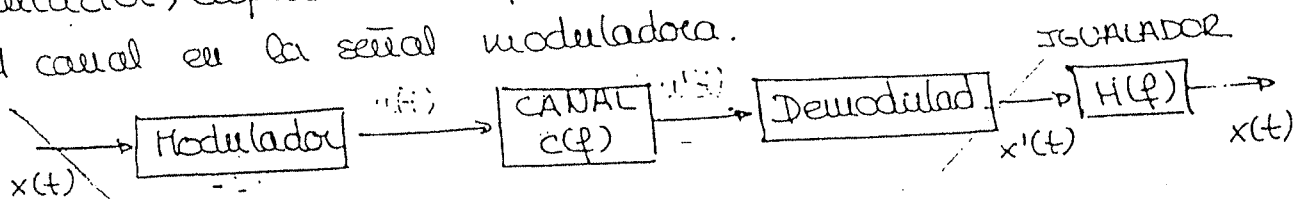
EXÁMEN COM. ANALÓGICAS (Septiembre '99)

PRÁCTICA

EJERCICIO 1.

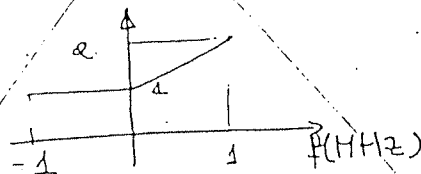
La figura adjunta representa la respuesta en frecuencia de un canal lineal. Dicho canal se usa para TX señales moduladas. La señal moduladora $x(t)$ es banda-base de 1 MHz de BW.

A) Si se utiliza DBL con $f_c = 3\text{ MHz}$ y demodulación coherente, obtenga la $H(f)$ de un filtro (igualador), situado tras el demodulador, capaz de compensar la distorsión producida por el canal en la señal moduladora.



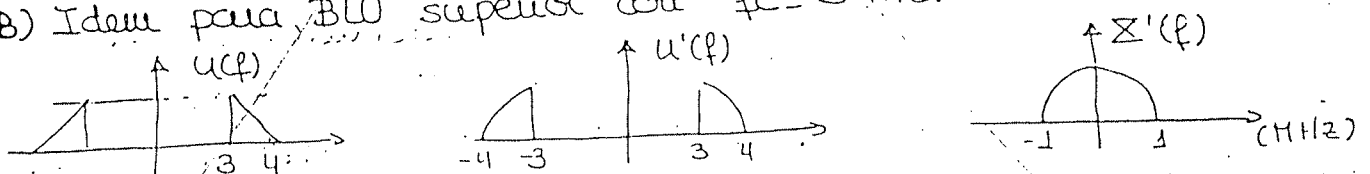
Para compensar, el filtro ha de tener la forma:

$H(f)$ no es simétrico
 $\Rightarrow$ FILTRO COMPLEJO.



$$H(f) = C(f + f_0) \quad f_0 = 3\text{ MHz}$$

B) Idem para BW superior con $f_c = 3\text{ MHz}$.



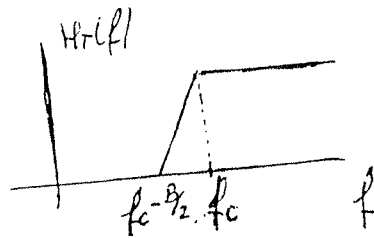
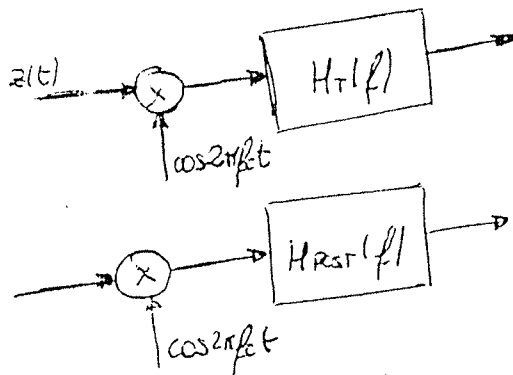
El filtro igualador ha de tener la forma:

PARTES TEÓRICAS: 1h 15min.

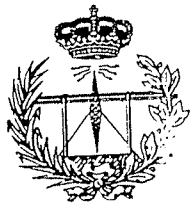
1.- Se tiene una fuente con 3 símbolos y con probabilidades $1/2$, $1/3$ y $1/6$.

- Realizar una codificación Huffman binaria de la fuente y calcular su rendimiento.
- Realizar una extensión de segundo orden de la fuente y realizar su codificación Huffman binaria y calcular su rendimiento.
- ¿Cuál es el ~~rendimiento~~ ^{límite máximo} al que llegamos en el rendimiento?
- ¿Realizamos sucesivas extensiones de la fuente?
- ¿Qué características presenta el código Huffman? Incluye el nombre y justifíquelo.

2.-



- Encontrar ~~el~~ dibujar la respuesta en frecuencia del filtro post-detección para poder recuperar la señal a la salida del receptor.
- ¿Sería posible codificar el transmisor y el receptor para que sea posible la ~~demodulación~~ ^{demodulación} incoherente en recepción. Incluye las modificaciones que iona.



PROBLEMA 1.-

$p(s_1) = 1/2$
 $p(s_2) = 1/3$
 $p(s_3) = 1/6$

$s_1 \rightarrow 0$
 $s_2 \rightarrow 10$
 $s_3 \rightarrow 11$

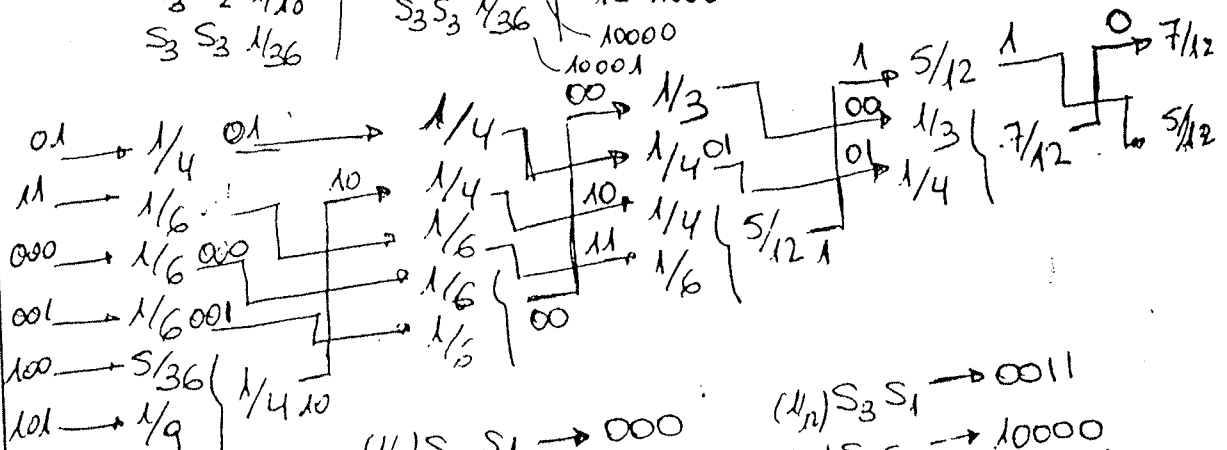
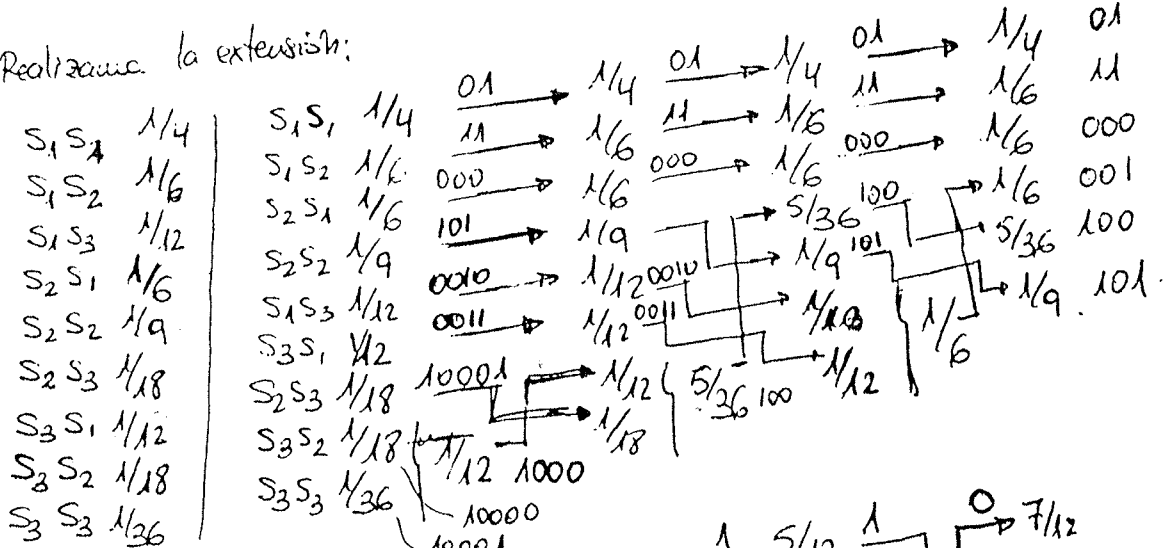
$L = p(s_1) \cdot 1 + p(s_2) \cdot 2 + p(s_3) \cdot 2$
 $L = 1/2 + 1/3 \cdot 2 + 1/6 \cdot 2 = 1/2 + 2/3 + 1/3 = 3/2 \text{ bits/símbolo}$

Calculamos la entropía del código:

$H(s) = - \sum_{i=1}^3 p(s_i) \log_2 p(s_i)$
 $H(s) = 1/2 \cdot \log_2 2 + 1/3 \cdot \log_2 3 + 1/6 \cdot \log_2 6 = 1/2 + 0.5283 + 0.43 = 1.459 \text{ bits/símbolo}$

Rendimiento: $\eta = \frac{H(s)}{L} \rightarrow \eta = \frac{1.459}{3/2} = 97.27\%$

b) Realizame la extensión:



$(1/4) s_1 s_1 \rightarrow 01$
 $(1/6) s_1 s_2 \rightarrow 11$
 $(1/12) s_1 s_3 \rightarrow 0010$
 $(1/6) s_2 s_1 \rightarrow 101$
 $(1/9) s_2 s_2 \rightarrow 101$
 $(1/18) s_2 s_3 \rightarrow 10001$
 $(1/12) s_3 s_1 \rightarrow 0011$
 $(1/18) s_3 s_2 \rightarrow 10000$
 $(1/36) s_3 s_3 \rightarrow 10001$



Calculamos la entropía del código:

$$H_2(s) = \sum_{i=1}^9 p(s_i) \log_2 \frac{1}{p(s_i)} \rightarrow 4.18$$

$$H_2(s) = nH(s) \rightarrow H_2(s) = 2 \cdot 3/2 = 3 \text{ bits/símbolo.}$$

$$\eta = \frac{H_2(s)}{L} \rightarrow \eta = \frac{3}{109/36} = \frac{108}{109} = \underline{99\%}$$

c). Según el ~~te~~ teorema de Shannon, si hacemos una extensión infinita de la fuente, conseguiremos que el rendimiento sea 100%; es decir, que la long. media del código sea la entropía.

entropía $\rightarrow$ mínima cantidad de información a enviar.

d). El código Huffman es un código:

- bloque.
- único.
- instantáneo.
- compacto.
- no singular.