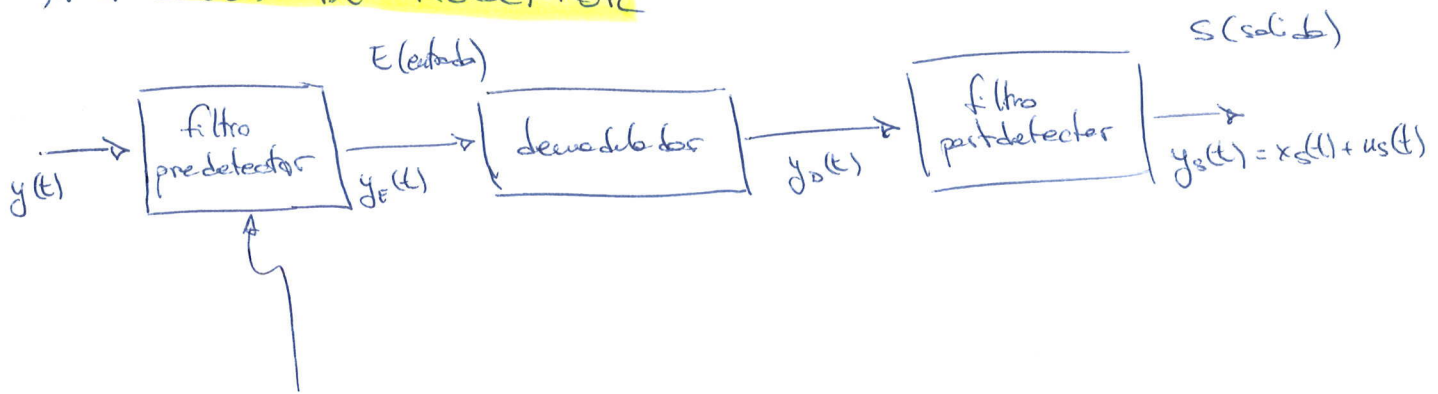


TEMA 4: EFECTO DEL RUIDO EN EL PROCESO DE DEMODULACIÓN

1.- MODELO DE RECEPTOR



- eliminar otras canales multiplexados
- eliminar todo el ruido posible

$$y(t) = x(t) + u(t)$$

$$y_E(t) = x(t) + u_E(t)$$

$$y_D(t) = x_S(t) + u_D(t)$$

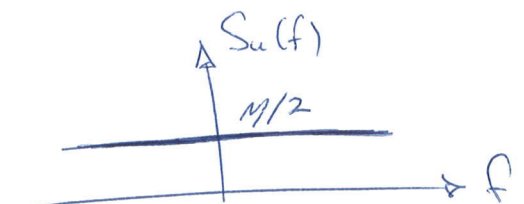
entrada: $(S/N)_E$: $S_E = P_x = P_R$ (potencia de señal recibida)

$$S_E = \frac{P_{xR} + P_{Rc}}{2}$$

ruido: - aditivo, estacionario, blanco ... $\rightarrow$ AWGN

$$u(t) \rightarrow S_u(f) = \frac{N}{2}$$

(constante)



$$u_E(t) \equiv \text{ruido paso banda} \Rightarrow S_{u_E}(f) = |H_{PBE}(f)|^2 \cdot S_u(f)$$

$$\text{Si } u_E(t) = u_F(t) + j u_Q(t):$$

$$S_{u_F}(f) = S_{u_Q}(f) = S_{u_E}^+(f + f_c) + S_{u_E}^-(f - f_c)$$

$$S_{u_F u_Q}(f) = j (S_{u_E}^+(f + f_c) - S_{u_E}^-(f - f_c)) = 0$$

componentes en fase y cuadratura del ruido están incorrelados

$$S_{u_E}(f) = |H_{PBE}(f)|^2 S_{u_F}(f)$$

Anchos de banda:

- predeterminado: $B_{PRE} = B_T$ (banda de la señal modulada)

- postdeterminado: $B_{POST} = W$ (banda de la señal paso bajo)

Garantía del proceso:

$$G_p = \frac{(S/N)_S}{(S/N)_E}$$

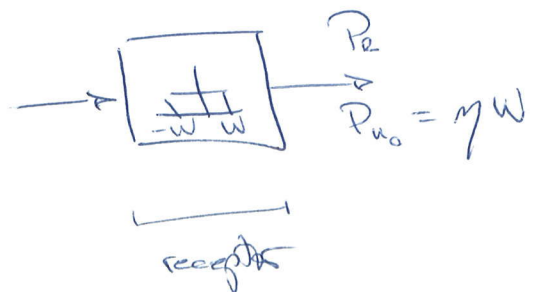
Eficiencia espectral:

$$\epsilon = \frac{W}{B_T}$$

relación señal a ruido si no hubiera modulador

(en banda base):

$$(S/N)_{BB} = \frac{P_R}{\eta \cdot W}$$



2.- RUIDO EN MODULACIONES LINEALES

En un sistema no lineal, la adición de ruido a la entrada produce un ruido que no deja clara la distinción entre señal y ruido.

Ahora nos centramos en los receptores lineales.

2.1.- DEMODULACIÓN COHERENTE

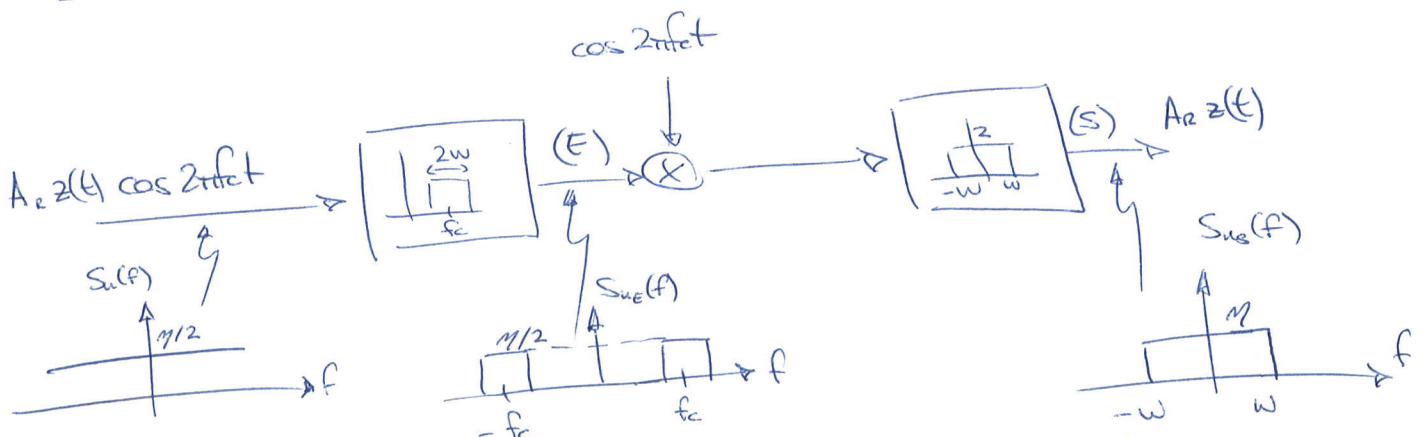
Caso ideal: filtros pre/postdetection: ideales

$\Rightarrow$ $\left\{ \begin{array}{l} \bullet \text{ la señal pasa sin distorsión} \\ \bullet \text{ ruido atenuado} \end{array} \right.$

El demodulador coherente de las modulaciones lineales se puede ver como lineal y variante.

En el modelo de receptor usamos ruido blanco gaussiano. También encontramos un filtro de predetección, que es más que un filtro paso banda.

- modelo 2 DBL:



Potencias a la entrada (E):

$$\left\{ \begin{array}{l} P_E = P_R = \frac{A_R^2}{2} P_2 \quad (\text{filtro ideal}) \\ N_E = 2 \left(2W \frac{N}{2} \right) = 2\eta W \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \boxed{(S/N)_E = \frac{P_R}{2\eta W} = \frac{A_R^2 P_2}{4\eta W}} \quad (*)$$

Potencias a la salida (S):

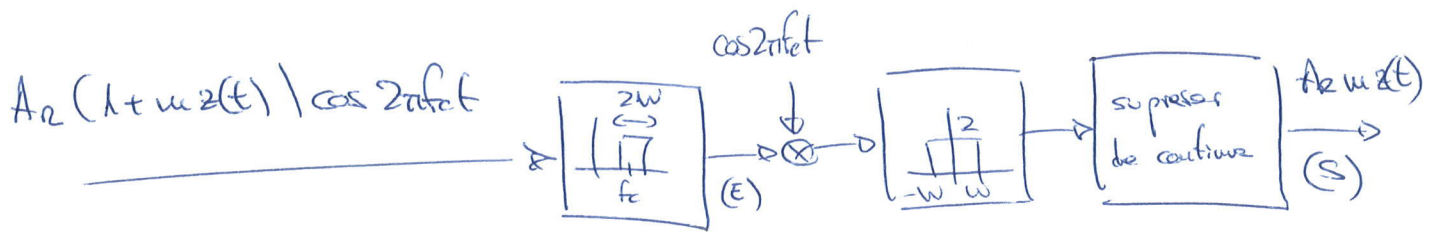
$$\left\{ \begin{array}{l} P_S = 2P_R = A_R^2 P_2 \\ N_S = N_E = 2\eta W \end{array} \right. \Rightarrow \boxed{(S/N)_S = \frac{P_R}{\eta W} = \frac{A_R^2 P_2}{2\eta W}} \quad (*)$$

Ganancia del proceso:
$$\boxed{G_P = \frac{(S/N)_S}{(S/N)_E} = 2} \quad (*)$$

$$\frac{(S/N)_{DBL}}{(S/N)_{BB}} = \frac{\frac{P_R}{\eta W}}{\frac{P_R}{\eta W}} = 1 \quad 20 \text{ dB} \text{ no mejora la S/N}$$

Eficiencia espectral:
$$\boxed{\epsilon = \frac{W}{B_T} = 1/2}$$

- modulateur AM:



Potências a 6 entrada: (E)

$$\begin{cases} P_E = P_R = \frac{A_R^2}{2} (1 + u^2 P_2) \\ N_E = 2\eta W \end{cases}$$

$$\left| (S/N)_E = \frac{P_R}{2\eta W} = \frac{A_R^2 (1 + u^2 P_2)}{4\eta W} \right| \quad (*)$$

Potências a 6 saída (S):

$$\begin{cases} P_S = A_R^2 u^2 P_2 \\ N_S = N_E = 2\eta W \end{cases}$$

$$\left| (S/N)_S = \frac{A_R^2 u^2 P_2}{2\eta W} = \frac{P_R}{\eta W} \frac{u^2 P_2}{1 + u^2 P_2} \right| \quad (*)$$

$$(S/N)_S = \frac{A_R^2 u^2 P_2}{2\eta W} = \frac{2P_R - A_R^2}{2\eta W}, \quad A_R^2 = \frac{2P_R}{1 + u^2 P_2}$$

$$P_S = 2P_R \left(1 - \frac{1}{1 + u^2 P_2} \right) = 2P_R \frac{u^2 P_2}{1 + u^2 P_2}$$

comparando:

$$\left[\frac{(S/N)_{AM}}{(S/N)_{BB}} = \frac{\omega^2 P_2}{1 + \omega^2 P_2} < 1/2 \right]$$

la relación se reduce a unidad o incluso peor.

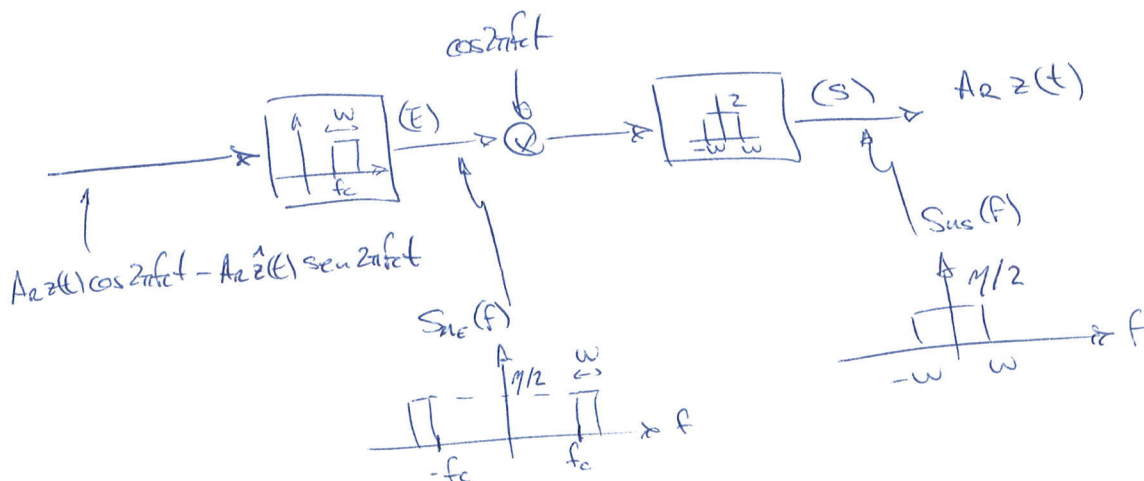
Ganancia de potencia:

$$\left[G_p = \frac{(S/N)_s}{(S/N)_e} = 2 \frac{\omega^2 P_2}{1 + \omega^2 P_2} < 1 \right] (*)$$

Eficiencia espectral: $\boxed{\epsilon = 1/2}$

(S/N) baja porque se destina mucha potencia a transmitir la portadora.

- modulación BLO:



Potências a 6 entrada (E):

$$\begin{cases} P_E = P_R = \frac{A_R^2 P_2}{2} + \frac{A_R^2 P_2}{2} = A_R^2 P_2 \\ N_E = 2 W \frac{M}{2} = W \eta \end{cases}$$

$$\boxed{(S/N)_E = \frac{P_R}{\eta W} = \frac{A_R^2 P_2}{\eta W}} \quad (*)$$

Potências a 6 saída (S):

$$\begin{cases} P_S = P_R = A_R^2 P_2 \\ N_S = N_E = \eta W \end{cases} \Rightarrow \boxed{(S/N)_S = \frac{P_R}{\eta W} = \frac{A_R^2 P_2}{\eta W}} \quad (*)$$

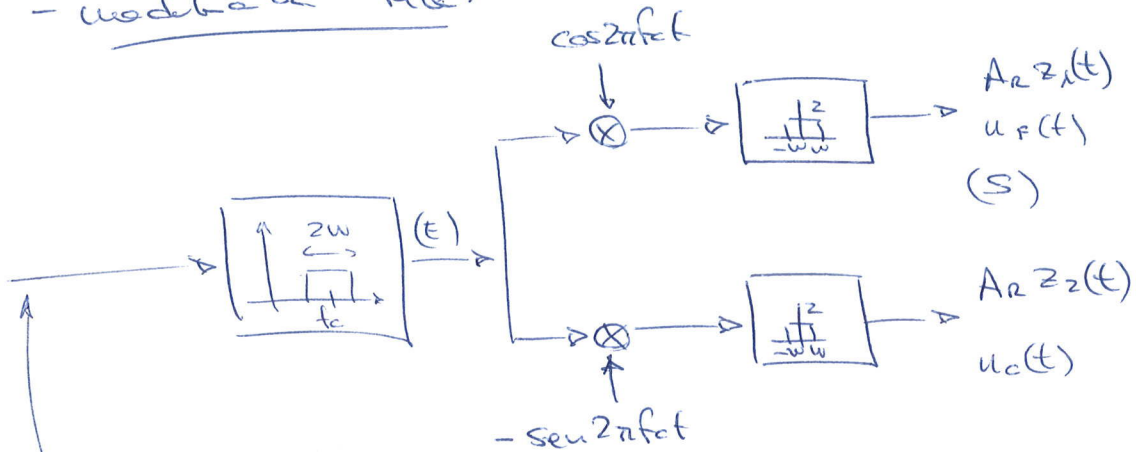
Guarância de processo: $\boxed{G_p = 1}$ $\boxed{\frac{(S/N)_{RLU}}{(S/N)_{BB}} = 1}$

Eficiência espectral: $\boxed{\epsilon = 1}$

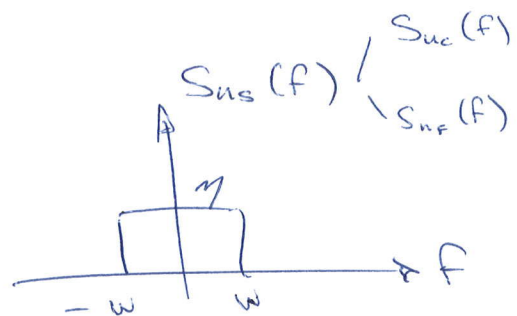
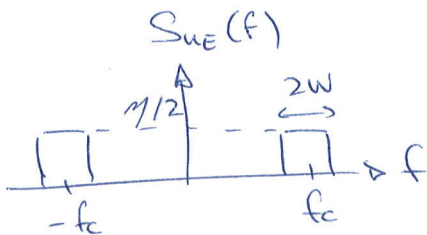
- modulación BLR:

La SNR depende del espectro del pseudotransformador de Hilbert. Por ello, vamos a obtener expresiones cerradas.

- modulación HQ:



$$A_r z_1(t) \cos 2\pi f_c t - A_r z_2(t) \sin 2\pi f_c t$$



Potencias a la entrada (E):

$$\left\{ \begin{array}{l} P_E = P_R = A_r^2 P_z \\ (P_z = P_{z1} + P_{z2}) \\ N_E = 2\eta W \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left(\frac{S}{N} \right)_E = \frac{P_R}{2\eta W} = \frac{A_r^2 P_z}{2\eta W}$$

Potencias a la salida (S):

$$\begin{cases} P_{s1} = P_{s2} = A_r^2 P_2 \\ N_s = N_e = 2\eta W \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{S}{N} \right)_s = \frac{P_r}{2\eta W} = \frac{A_r^2 P_2}{2\eta W}$$

Ganancia de proceso: $G_p = 1$

$$\frac{(S/N)_{HQ}}{(S/N)_{BB}} = 1$$

potencia en banda base:

- 50% $z_1(t)$
- 50% $z_2(t)$

Lo que en HQ es P_r , en banda base es $P_r/2$ para cada una de las señales.

Con HQ no se pierde nada, pero se abarra espectro.

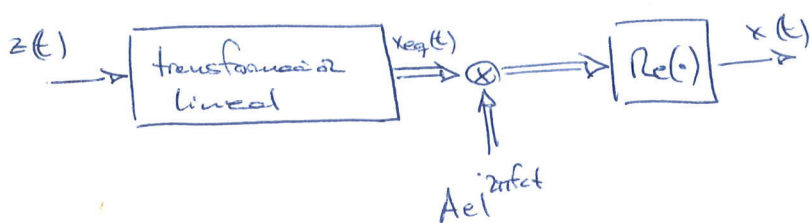
Resumen de modulos coherentes:

	$\frac{(S/N)_s}{(S/N)_{BB}}$	G_p	ϵ
DBL	1	2	1/2
AM	$\frac{u^2 P_2}{1+u^2 P_2} < 1/2$	$2 \frac{u^2 P_2}{1+u^2 P_2} < 1$	1/2
BLU	1	1	1
HQ	1	1	1

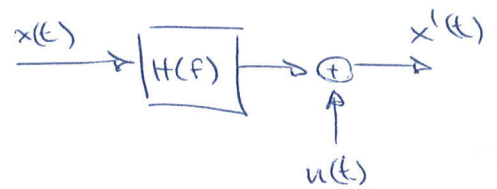
- FILTROS NO IDEALES

Ahora se considera que los filtros de pre y post-detección no son ideales $\Rightarrow$ distorsión de la señal

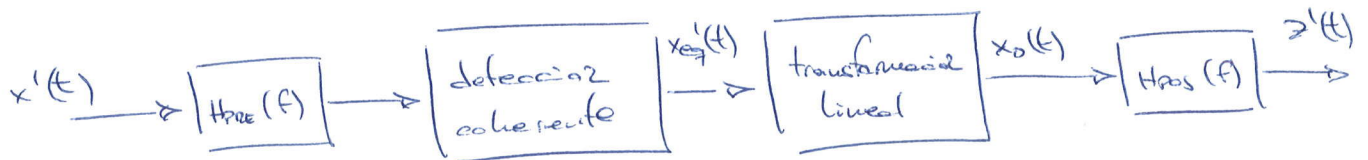
transmisor:



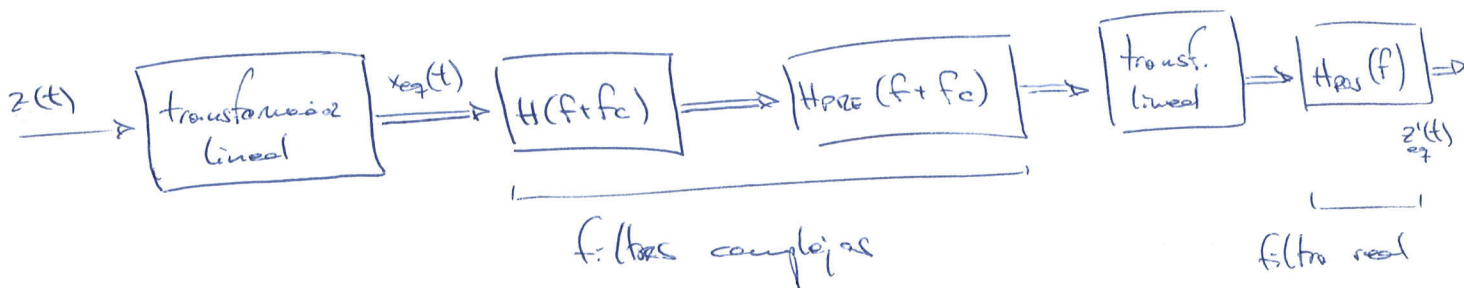
canal:



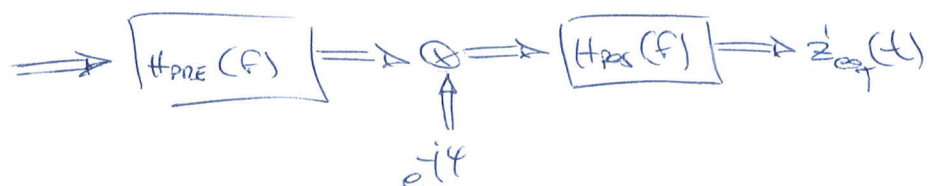
receptor:



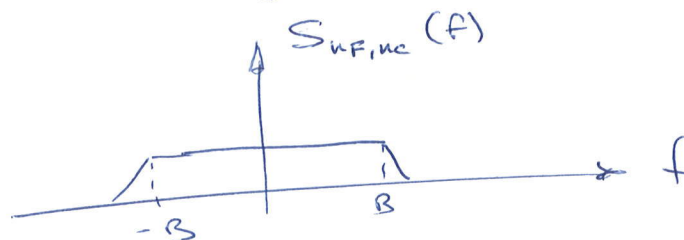
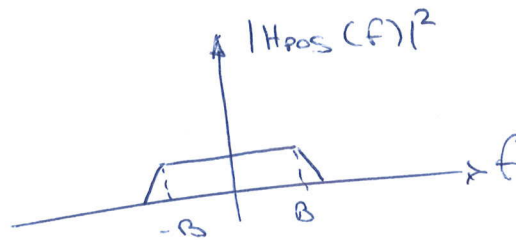
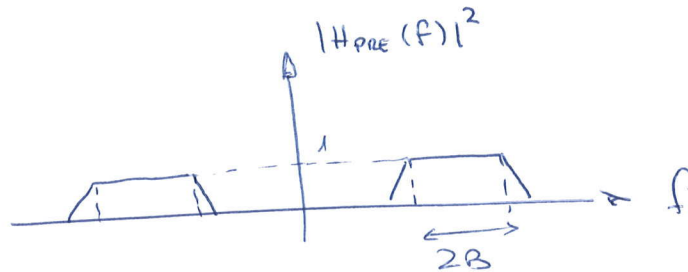
Sistema equivalente, desplazando los filtros al origen:



Se puede añadir un error de fase de portadora:



También se puede considerar que los filtros no distorsionan la señal, sólo que tienen exceso de ancho de banda:



$$S_{ng}(f) = S_{nf}(f) |H_{pos}(f)|^2$$

$$P_{ng} = 2 \int_0^{\infty} S_{nf}(f) |H_{pos}(f)|^2 df$$

- Comportamiento de receptores no lineales frente al ruido:

En principio, no tiene sentido hablar de SNR en sistemas no lineales.

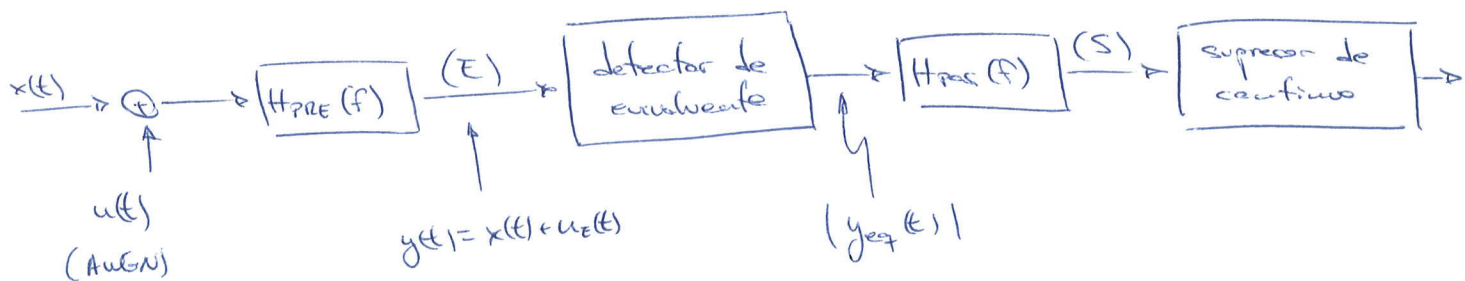
En caso de tener una buena SNR tras el filtro de predetección, se puede linealizar la respuesta, lo que hace que sí se puedan diferenciar los componentes de ruido y señal.

Para ello, hay un umbral de SNR a la salida del filtro de predetección, por debajo del cual no se puede considerar lineal.

2.2.- DETECCIÓN INCOHERENTE

(Detector de envuolvente)

Para ASE:



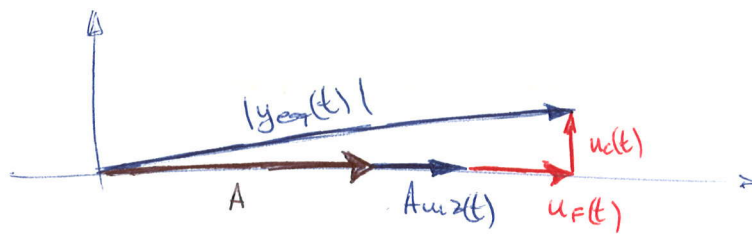
$$\begin{aligned}
 x_{eq}(t) &= A(\mu \cos(t)) \\
 u_{eq}(t) &= u_r(t) + j u_i(t)
 \end{aligned}
 \quad \left\{ \begin{aligned} y_{eq}(t) &= x_{eq}(t) + u_{eq}(t) \end{aligned} \right.$$

$$y(t) = A(1 + u_z(t)) \cos 2\pi f_c t + u_F(t) \cos 2\pi f_c t - u_d(t) \sin 2\pi f_c t$$

$$= \operatorname{Re} \left\{ y_{\text{eq}}(t) e^{j2\pi f_c t} \right\}$$

$$y_{\text{eq}}(t) = A(1 + u_z(t)) + u_F(t) + j u_d(t)$$

$$|y_{\text{eq}}(t)| = \sqrt{(A(1 + u_z(t)) + u_F(t))^2 + (u_d(t))^2}$$



En esta expresi3n se refleja el efecto de un sistema no lineal sobre la se1al y ruido

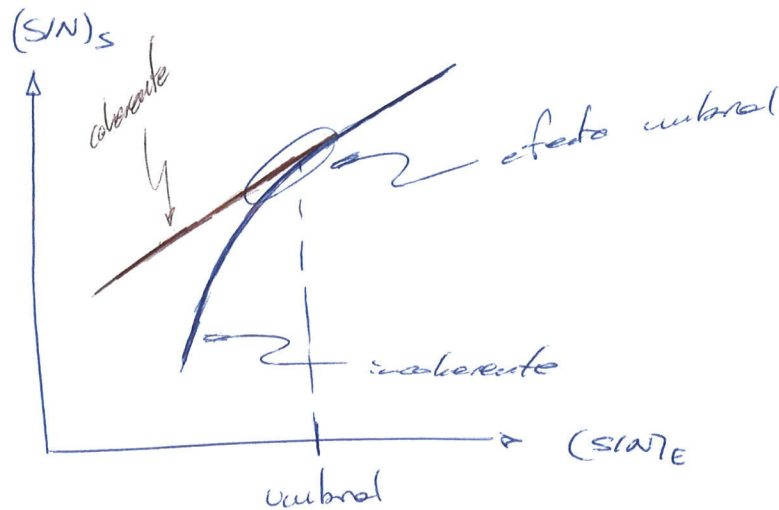
$(S/N)_E \gg 1 \Rightarrow$ se puede linealizar (la potencia de la se1al es muy superior al ruido)

En este caso, la hipotenusa se confunde con el cateto mayor, y se aproxima como:

$$|y_{\text{eq}}(t)| \approx A(1 + u_z(t)) + u_F(t)$$

Es la misma expresi3n que se obtiene por un demodulador coherente

Valores prácticos: $(S/N)_E > 10 - 13 \text{ dB}$

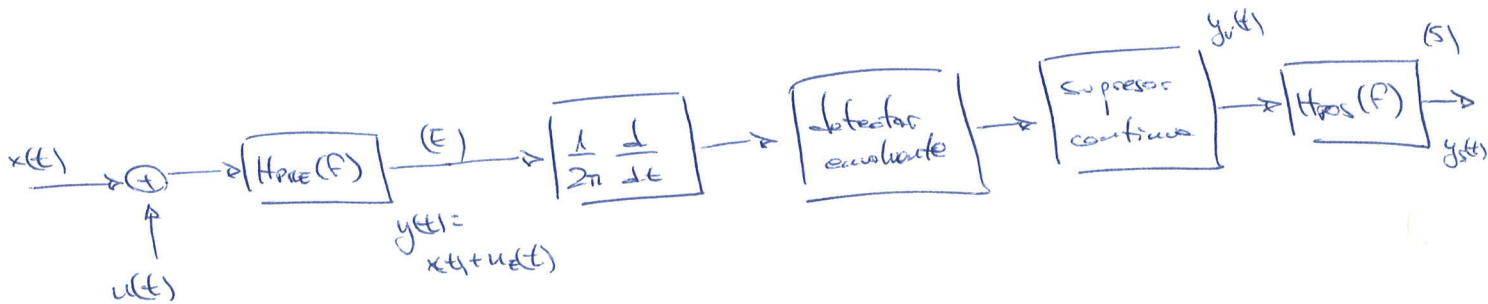


$$(S/N)_S = \frac{P_R}{\eta B} \frac{\omega^2 P_R}{1 + \omega^2 P_R}$$

3. - RUIDO EN MODULACIONES ANGULARES

- Demodulador FM:

Además tenemos un linealizador cuando SNR $\uparrow$



$$x(t) = \text{Re} \left\{ A e^{j\phi(t)} e^{j2\pi f_c t} \right\} = A \cos(2\pi f_c t + \phi(t))$$

$$\frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt} = f_s z(t)$$

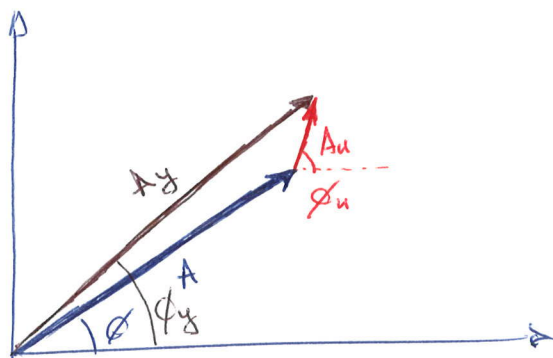
$$u_E(t) = \text{Re} \left\{ (u_R(t) + j u_I(t)) e^{j2\pi f_c t} \right\} = \text{Re} \left\{ \underbrace{A u(t)}_{\text{equivalente para bajo del ruido en forma polar}} e^{j\phi(t)} e^{j2\pi f_c t} \right\}$$

Si banda $2W$ es $BW = W$, el filtro de predeflexión deberá tener: $B_{PRE} = 2(D+1)W$

y el filtro de postdeflexión: $B_{POS} = W$

$$y(t) = x(t) + u(t) = y_{eq}(t) \cos(2\pi f_c t + \phi_y(t)) = \\ = \operatorname{Re} \left\{ y_{eq}(t) e^{j\phi_y(t)} e^{j2\pi f_c t} \right\}$$

$$y_{eq}(t) e^{j\phi_y(t)} = A e^{j\phi(t)} + A_u e^{j\phi_u(t)}$$



$$|y_{eq}(t)| = \sqrt{(A + A_u \cos(\phi_u - \phi))^2 + A_u^2 \sin^2(\phi_u - \phi)}$$

relación no lineal

En este caso, la información va en la envolvente, sino en la fase.

Si hay mucha más señal que ruido, se puede aproximar la envolvente por una constante:

$$A \gg A_u(t) \Rightarrow y_{eq}(t) \approx A \\ (S/N)_e \gg 1$$

$$\boxed{\phi_y(t) = \phi(t) + \phi_x(t) = \phi(t) + \arctan \frac{A_u \sin(\phi_u - \phi)}{A + A_u \cos(\phi_u - \phi)} \approx \left\{ A \gg A_u(t) \right\}$$

$$\approx \phi(t) + \frac{A_u(t) \sin(\phi_u(t) - \phi(t))}{A} = \left\{ \sin(\phi_u(t) - \phi(t)) = \sin \phi_u(t) \right\} \quad (*)$$

$$\boxed{= \phi(t) + \frac{A_u \sin \phi_u(t)}{A} = \phi(t) + \frac{u(t)}{A}}$$

$(*) \rightarrow$ caso de fe o Paskis

$$\boxed{\begin{aligned} \phi_y(t) &\approx \phi(t) + \frac{u(t)}{A} \\ y(t) &\approx A \end{aligned}}$$

$$\phi(t) = 2\pi f_c \int_0^t z(\tau) d\tau$$

$\downarrow$ derivar

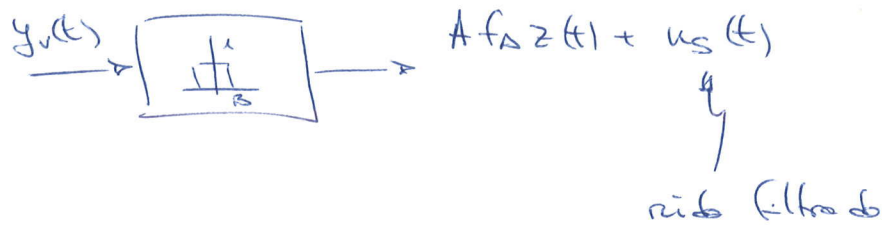
$$y(t) = A \cos(2\pi f_c t + \phi_y(t)) = A \cos(2\pi f_c t + \phi(t) + \frac{u(t)}{A})$$

$$\frac{1}{2\pi} \frac{dy(t)}{dt} = -A \underbrace{\left(f_c + f_\Delta z(t) + \frac{1}{2\pi A} \frac{d u(t)}{dt} \right)}_{\text{envelope}} \sin(2\pi f_c t + \phi(t) + \frac{u(t)}{A})$$

$\downarrow$ suprimo de continua + determino de envelope

$$y_r(t) = A \cdot f_\Delta \cdot z(t) + \underbrace{\frac{1}{2\pi} \frac{d u(t)}{dt}}_{u(t)}$$

Podemos hacer un filtro de postdetección:

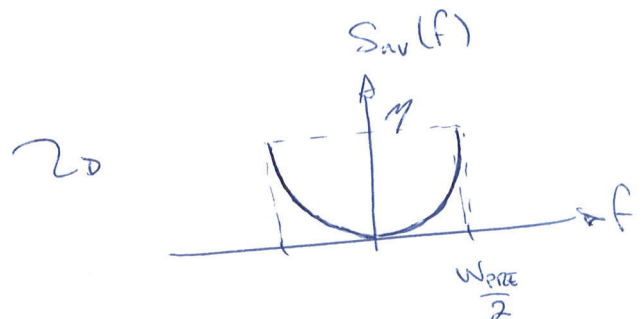
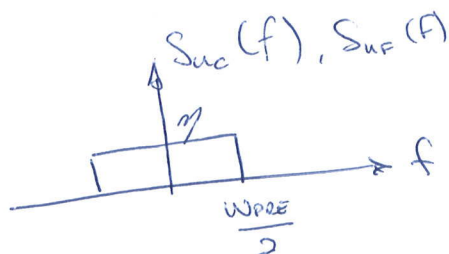
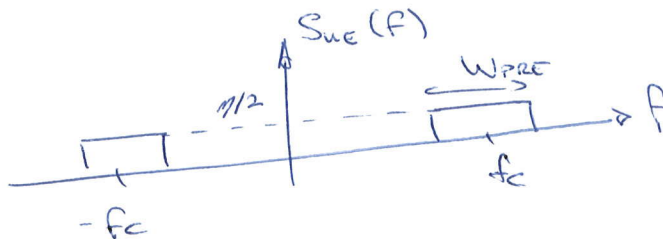


Prestaciones:

$$S = A^2 f_D^2 P_z = 2 P_R f_D^2 P_z$$

$$P_R = P_x = \frac{A^2}{2}$$

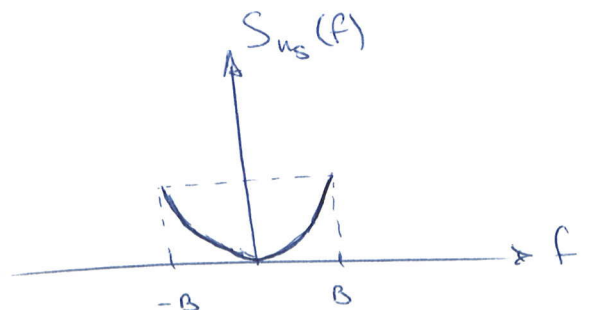
DEP del ruido a la entrada:



$$S_{nu}(f) = f^2 S_{nu}(f) = f^2 \eta \quad |f| \leq W_{PDE}/2$$

Tras el filtro de postdetección:

$$P_{us} = 2 \int_0^B \eta f^2 df = \frac{2}{3} \eta B^3$$



$$\boxed{(S/N)_s = \frac{P_R}{\eta B} 3 \left(\frac{f_\Delta}{B} \right)^2 P_2} \quad (\Downarrow) \quad D = \frac{f_\Delta}{B} \equiv \text{índice de modulación}$$

$$\boxed{\frac{(S/N)_s}{(S/N)_{BB}} = 3D^2 P_2}$$

una característica de FM: la SNR a la salida puede ser mejor que en banda base

Incrementando f_Δ se puede mejorar la SNR, a costa de usar más ancho de banda:

$$W = 2(D+1)B$$

la mejora se puede hacer indefinidamente:

$$\boxed{(S/N)_e = \frac{P_R}{\eta W_{pre}} = \frac{P_R}{\eta 2(D+1)B}} \quad (*)$$

Si $D \uparrow$, aumenta la potencia de ruido a la entrada, y si se aumenta P_R , empieza a empeorar la SNR.

Si se baja el umbral, no será válida la expresión anterior.

$$\boxed{G_p = \frac{(S/N)_s}{(S/N)_e} = 6(D+1) D^2 P_2} \quad (*)$$

El umbral típico en FM está sobre 10 a 13 dB

Algunos receptores permiten bajar el umbral.

- Comparativa FM-modulación lineal en banda base:

Banda base: $(S/N)_s = \frac{P_r}{\eta \cdot B}$

Se puede mejorar la SNR aumentando la potencia transmitida:

$$P_T \uparrow + 3 \text{ dB} \Rightarrow S/N \uparrow + 3 \text{ dB}$$

FM: $(S/N)_s = \frac{P_r}{\eta B} 3 D^2 P_2$

Se puede mejorar:

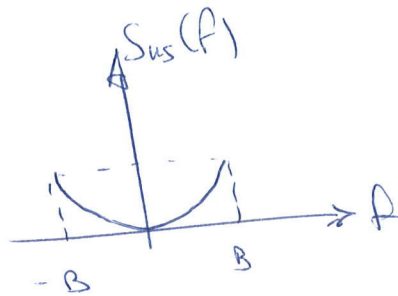
- incrementando D
- incrementando P_r

$$\left. \begin{array}{l} P_T \uparrow + 3 \text{ dB} \\ D \uparrow \times 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{no afecta a la SNR a la entrada, y a la salida} \\ \text{se incrementa en un factor 8 (+9 dB)} \end{array}$$

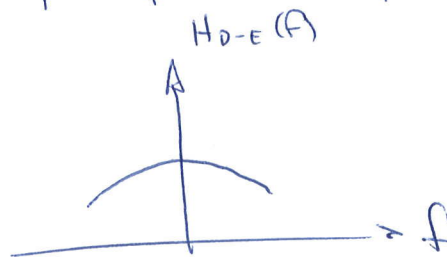
3.1. - PREEMPASIS Y DEEMPASIS

Objetivo: mejorar la SNR

Se basa en que la forma del ruido a la salida es cuadrática:



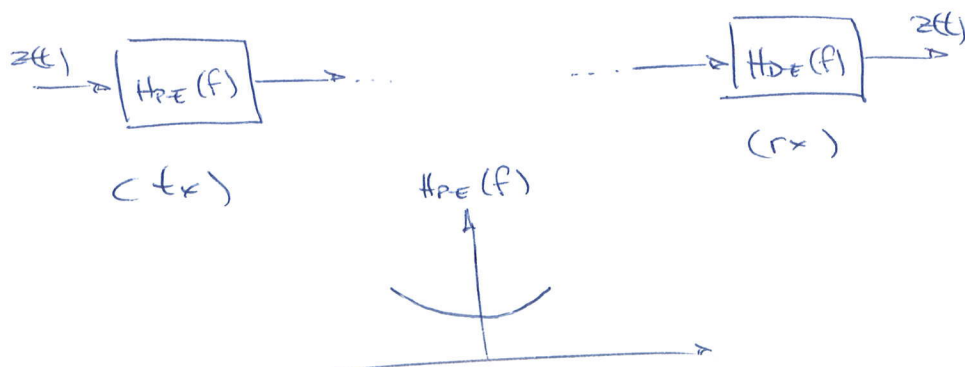
En el receptor podemos poner un filtro de deémpasis:



para eliminar las frecuencias altas del ruido

Problema: distorsiona la señal

Solución: proceso inverso en el transmisor



Se mantiene el término de señal y se reduce el ruido.

- Condiciones:

$$1.- \boxed{|H_{p-e}(f) \cdot H_{d-e}(f)| = 1}$$

2.- Que el filtro de preénfasis no modifique sustancialmente las características de la modulación

- Rejilla:

$$N_s = 2 \int_0^B |H_{0-e}(f)|^2 \gamma f^2 df$$

$$P_{N_s} = \frac{2}{3} \gamma B^3$$

$$\boxed{\frac{(S/N)_{D-E}}{(S/N)_S} = \frac{1}{3} \frac{B^3}{\int_0^B |H_{0-e}(f)|^2 f^2 df}}$$

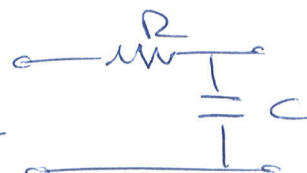
Aplicación para FHE comercial:

$$f_0 = 2,1 \text{ kHz}$$

$$W = 15 \text{ kHz}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$$

$$\boxed{\begin{aligned} H_{p-e}(f) &= 1 + j \frac{f}{f_0} \\ H_{d-e}(f) &= \frac{1}{1 + j \frac{f}{f_0}} \end{aligned}}$$



Rejilla $\sim 13 \text{ dB}$

3.2.- EFECTO CAPTURA

En FM, si 2 estaciones emiten con potencia cercana al umbral, se puede producir ¹comutaciones entre ambas

No se detecta la ausencia de ambas, sino que se detecta una y la otra afecta como ruido.

Es consecuencia de la no linealidad.

3.3.- EFECTO DE DISTORSION LINEAL

Señal FM pasa por un filtro $H(f)$

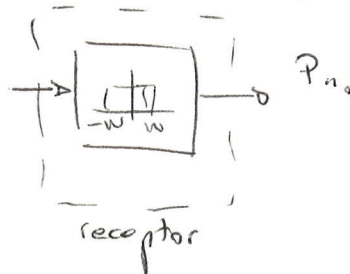
→ se distorsiona la amplitud. No supone un problema: demodulador con limitador

→ se distorsiona la fase: si no es lineal, afecta mucho a FM

(Frankie - Salahi)

SISTEMAS LINEALES:

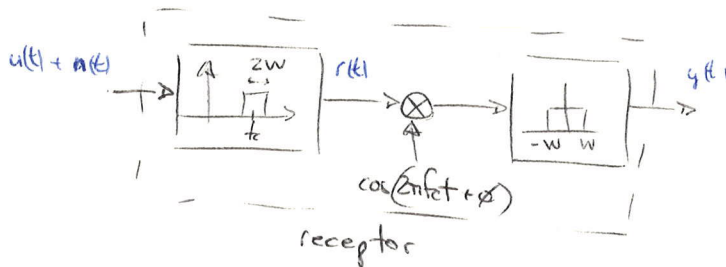
- Banda base: para comparación con los sistemas de modulación



$$P_{n_0} = N_0 \cdot W$$

$$\left(\frac{S}{N} \right)_b = \frac{P_R}{N_0 W}$$

- DSB: $u(t) = A_c m(t) \cos(2\pi f_c t + \phi_c)$



$$r(t) = u(t) + n(t) = A_c m(t) \cos(2\pi f_c t + \phi_c) + u_c(t) \cos 2\pi f_c t - u_s(t) \sin 2\pi f_c t$$

$$r(t) \cdot \cos(2\pi f_c t + \phi) = \frac{1}{2} \left(A_c m(t) \cos(\phi_c - \phi) + A_c m(t) \cos(4\pi f_c t + \phi - \phi_c) \right) +$$

$$+ \frac{1}{2} \left(u_c(t) \cos \phi + u_s(t) \sin \phi + u_c(t) \cos(4\pi f_c t + \phi) - u_s(t) \sin(4\pi f_c t + \phi) \right)$$

$$y(t) = \frac{1}{2} A_c m(t) \cos(\phi_c - \phi) + \frac{1}{2} \left(u_c(t) \cos \phi + u_s(t) \sin \phi \right)$$

efecto del error
de fase en la
perturbación

$$\phi_c = \phi = 0 \Rightarrow y(t) = \frac{1}{2} (A_c m(t) + u_c(t))$$

$$P_0 = \frac{A_c^2}{4} \cdot P_M$$

$$P_N = \frac{1}{4} 2W N_0$$

$$\left(\frac{S}{N} \right)_{out} = \frac{\frac{A_c^2}{4} \cdot P_M}{\frac{1}{4} 2W N_0} = \frac{\frac{A_c^2}{2} P_M}{W N_0} = \frac{P_R}{W N_0}$$

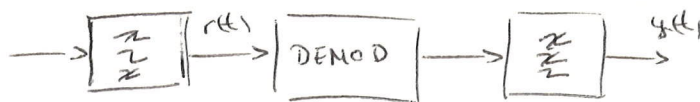
• SSB: $u(t) = A_c m(t) \cos 2\pi f_c t \pm A_c \hat{m}(t) \sin 2\pi f_c t$

Entrada al demodulador:

$$r(t) = (A_c m(t) + u_c(t)) \cos 2\pi f_c t + (\pm A_c \hat{m}(t) - u_s(t)) \sin 2\pi f_c t$$

Supuesto que un lag error de fase $\Rightarrow$ salida del FPB es la componente en fase:

$$y(t) = \frac{A_c}{2} m(t) + \frac{1}{2} u_c(t) \quad \left/ \begin{array}{l} P_0 = \frac{A_c^2}{4} P_m \\ P_N = \frac{1}{4} \cdot \frac{N_0}{2} \cdot 2W = \frac{1}{4} W N_0 \end{array} \right.$$



$$\left| \left(\frac{S}{N} \right)_{out} = \frac{A_c^2 P_m}{W N_0} = \frac{P_R}{W N_0} \right| \quad \text{equivalente a DSB}$$

• AM: $u(t) = A_c (1 + a \cdot m_n(t)) \cos 2\pi f_c t$

Entrada del demodulador:

$$r(t) = (A_c (1 + a \cdot m_n(t)) + u_c(t)) \cos 2\pi f_c t - u_s(t) \sin 2\pi f_c t$$

a = índice de modulación

$$m_n(t) = \frac{m(t)}{\max|m(t)|}$$

$$y(t) = \frac{1}{2} A_c a \cdot m_n(t) + \frac{u_c(t)}{2} \quad (\text{tras quitar la continua})$$

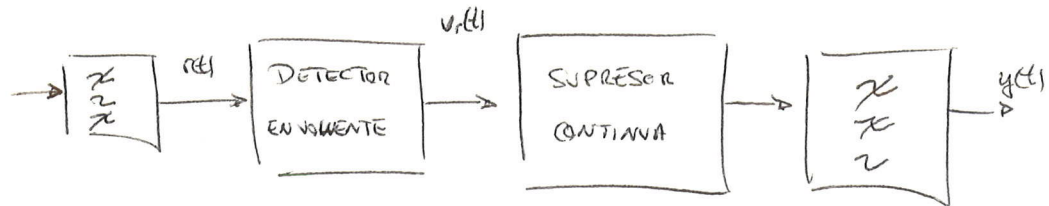
$$P_R = \frac{A_c^2}{2} (1 + a^2 P_{m_n})$$

$$\left| \left(\frac{S}{N} \right)_{out} = \frac{\frac{1}{4} A_c^2 a^2 P_{m_n}}{\frac{1}{4} P_R} = \frac{P_R}{N_0 W} \frac{a^2 P_{m_n}}{1 + a^2 P_{m_n}} \right|$$

$$\eta = \frac{a^2 P_{m_n}}{1 + a^2 P_{m_n}} \quad \equiv \text{eficiencia de la modulación}$$

EFFECTO DEL RUIDO EN EL PROCESO DE DEMODULACIÓN

• AM con receptor incoherente:



$$r(t) = (A_c (1 + a \cdot u_m(t)) + u_c(t)) \cos 2\pi f_c t - u_s(t) \sin 2\pi f_c t$$

Envuolvente de $r(t)$:

$$V_r(t) = \sqrt{(A_c (1 + a \cdot u_m(t)) + u_c(t))^2 + u_s^2(t)}$$

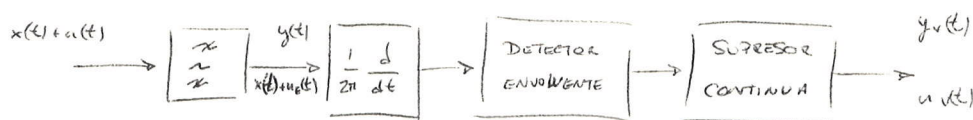
Suposición: componente de señal mucho mayor que componente de ruido

$$\Rightarrow V_r(t) \approx A_c (1 + a \cdot u_m(t)) + u_c(t)$$

$$y(t) \approx A_c \cdot a \cdot u_m(t) + u_c(t)$$

supresor de continua

• FM con receptor incoherente:



$$x(t) = A \cos(2\pi f_c t + \phi(t)) = \operatorname{Re} \left(A e^{i\phi(t)} e^{i 2\pi f_c t} \right)$$

$$\frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt} = f_a \cdot z(t)$$

$$u_c(t) = \operatorname{Re} \left\{ (u_r(t) + j u_i(t)) e^{i 2\pi f_c t} \right\}$$

$$= \operatorname{Re} \left\{ \underbrace{A_u(t) e^{i\phi_u(t)}}_{u_{eq}(t)} e^{i 2\pi f_c t} \right\}$$

$$y_{eq}(t) = x_{eq}(t) + u_{eq}(t) = A e^{i\phi(t)} + A_u(t) e^{i\phi_u(t)}$$

$$|y_{eq}(t)| = \sqrt{(A + A_u \cos(\phi_u - \phi))^2 + A_u^2 \sin^2(\phi_u - \phi)}$$

la información va en la fase, no en la envuolvente

$\Sigma \text{ SNR}_e \uparrow \uparrow, |y_{ez}| \approx A \quad (\text{constante})$

$$\begin{cases} \phi_y \approx \phi(t) + \frac{u_c(t)}{A} \\ A_y(t) \approx A \end{cases}$$

$$\frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \rightarrow \frac{1}{2\pi} \frac{dy(t)}{dt} = -A \underbrace{\left(2\pi f_c + f_{\Delta} \cdot z(t) + \frac{1}{2\pi} \frac{du_c(t)}{dt} \cdot \frac{1}{A} \right)}_{\text{envelope}} \cdot \underbrace{\sin\left(2\pi f_c t + \phi(t) + \frac{u_c(t)}{A} \right)}_{\text{phase}}$$

tras la supresión de continua: $y_v(t) = A \cdot f_{\Delta} \cdot z(t) + \underbrace{\frac{1}{2\pi} \frac{du_c(t)}{dt}}_{u_v(t)}$

$y_v(t) \rightarrow \boxed{H_{RS}} \rightarrow A f_{\Delta} \cdot z(t) + u_v(t)$

$$\begin{cases} S_s = 2 P_R \cdot f_{\Delta}^2 P_z \\ N_s = \frac{2}{3} \eta B^3 \end{cases}$$

$$\left(\frac{S}{N} \right)_s = \frac{P_R}{\eta B} 3 \left(\frac{f_{\Delta}}{B} \right)^2 P_z$$

preénfasis - deénfasis: $H_{PE}(f) \cdot H_{DE}(f) = 1$



factor de mejora: $\frac{(S/N)_{D-E}}{(S/N)_s} = \frac{1}{3} \frac{B^3}{\int_0^B |H_{D-E}(f)|^2 f^2 df}$