

TEMA 5: CANALES VARIABLES

5.1- PLANTEAMIENTO GENERAL

5.2- CANALES CON AMPLITUD ALEATORIA

5.3- CANALES CON FASE ALEATORIA

5.3.1- GENERALIDADES

5.3.2- RECEPTORES ÓPTIMOS

5.3.3- MODULACIONES DIGITALES EN CANALES INCOHERENTES

5.3.3.1- ASK unipolar

5.3.3.2- FSK ortogonal

5.3.3.3- DPSK

5.4- CANALES CON DESVANECIMIENTOS

5.4.1- MODELO GENERAL

5.4.2- TÉCNICAS DE DIVERSIDAD

5.4.2.1- DIVERSIDAD TEMPORAL

5.4.2.2- DIVERSIDAD ESPACIAL

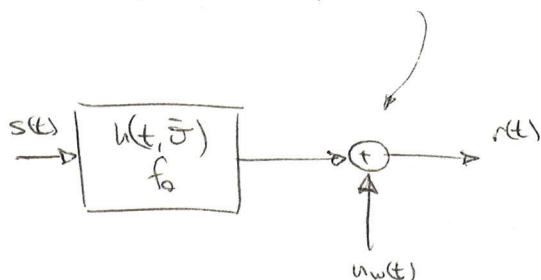
5.4.2.3- DIVERSIDAD ESPECTRAL

5.1- PLANTEAMIENTO GENERAL

Modelos de canal:

- AWGN
- Efecto del canal: $h(t)$
- Ruido coloreado
- Transmisión paso banda

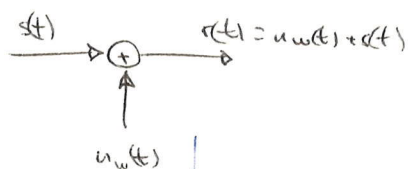
- Cuales variables: factores externos, -lectorias, y que no dependen de la señal ni del ruido



Perturbaciones {
 de amplitud
 de fase
 de amplitud y fase (desfases cuantizados)

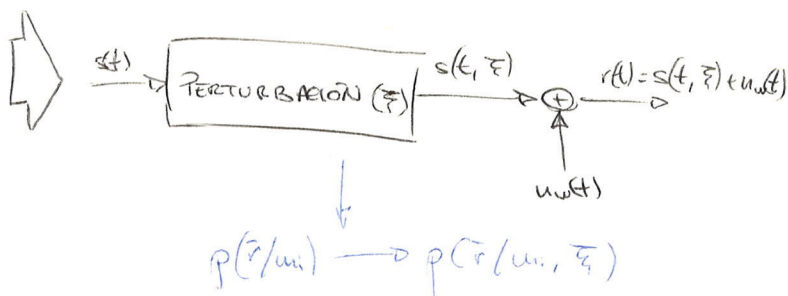
Objetivos:

- Diseño "robusto"
- Estimación de la degradación de prestaciones



la solución es la
 regla MAP

$$\hat{u}_i = \arg \max_i (p(\hat{r}/u_i), p_i)$$



- Considerar el caso peor del valor de $\bar{\epsilon}$, considerando que $\bar{\epsilon}$ sólo puede tener unos pocos valores.
 → Receptor robusto. No es muy inteligente
- Estimar $\bar{\epsilon}$ ($\frac{1}{\bar{\epsilon}}$) → receptor adaptativo
- Si sólo se conoce $p(\bar{\epsilon})$ (no podemos estimar),
 → receptor promedio. Promediar.

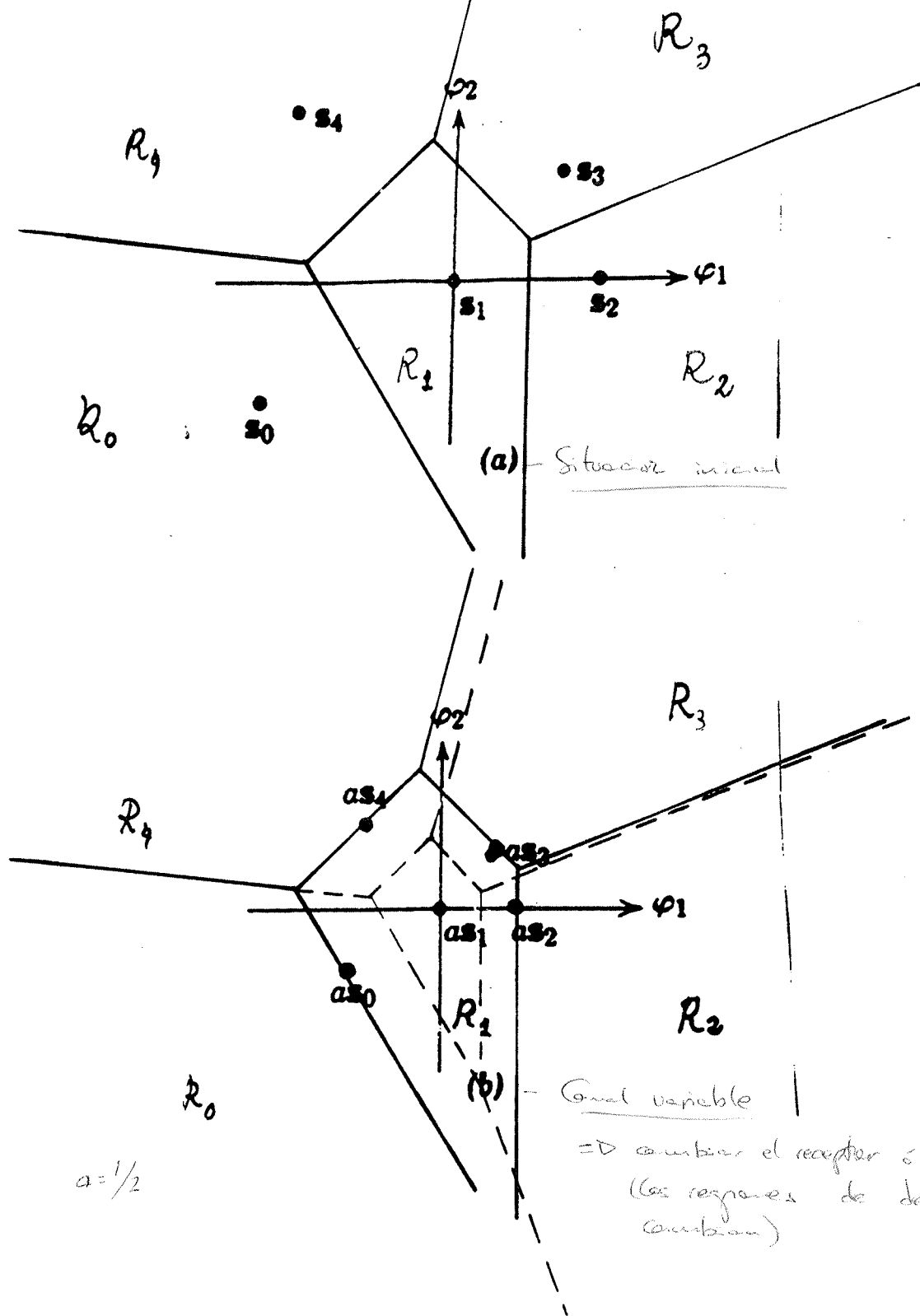


Figure 7.24 Radial scaling of signals; $a = \frac{1}{2}$.

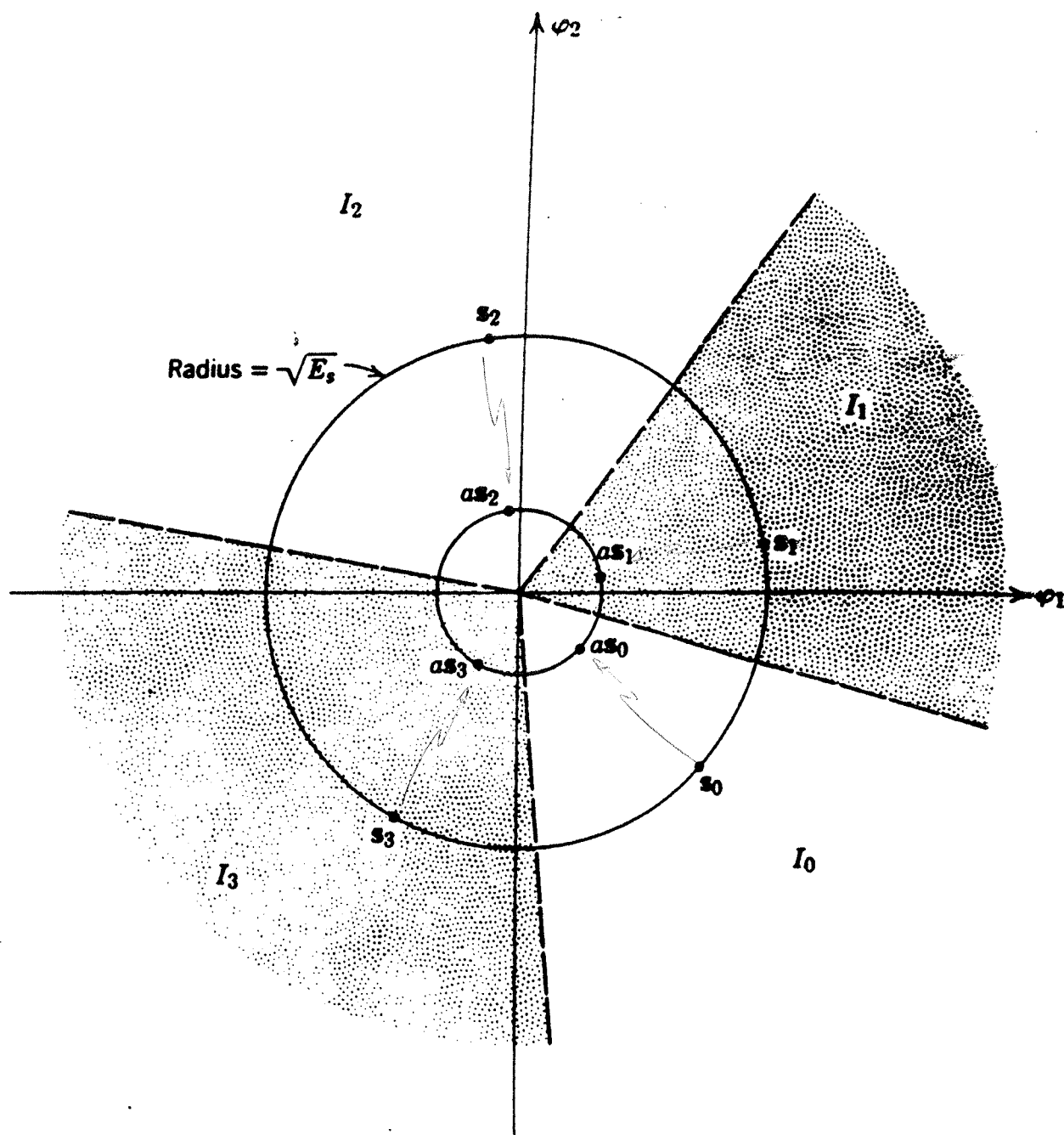
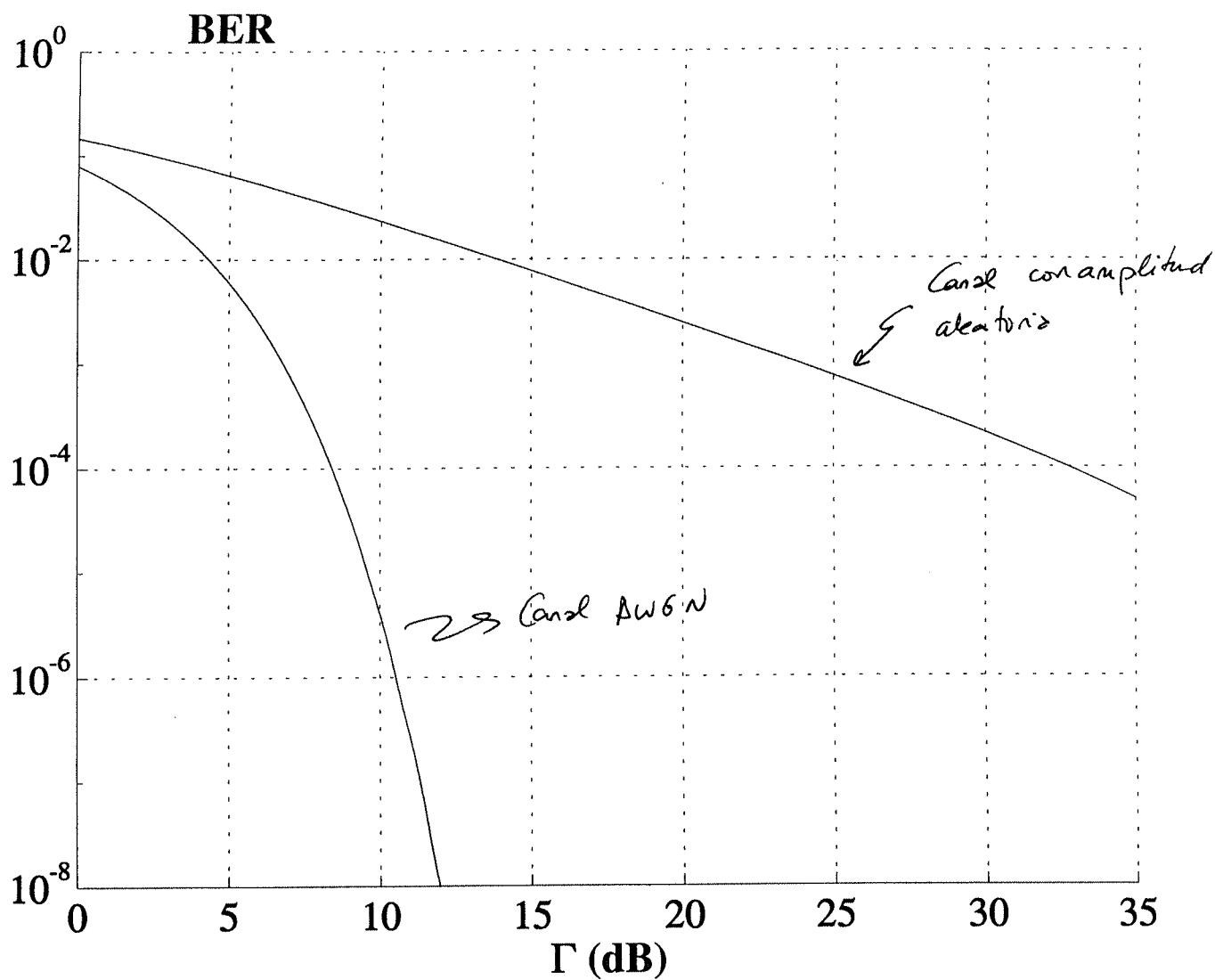


Figure 7.25 Decision regions that are invariant to positive attenuation.

Señales equienergéticas y equiprobables
Atenuación sin cambios de fase



BER por BPSK en canal con amplitud aleatoria
 ($p_{\alpha}(\alpha)$: Distribución Rayleigh)

Función de Bessel modificada de 1^a clase
y orden cero $I_0(x)$

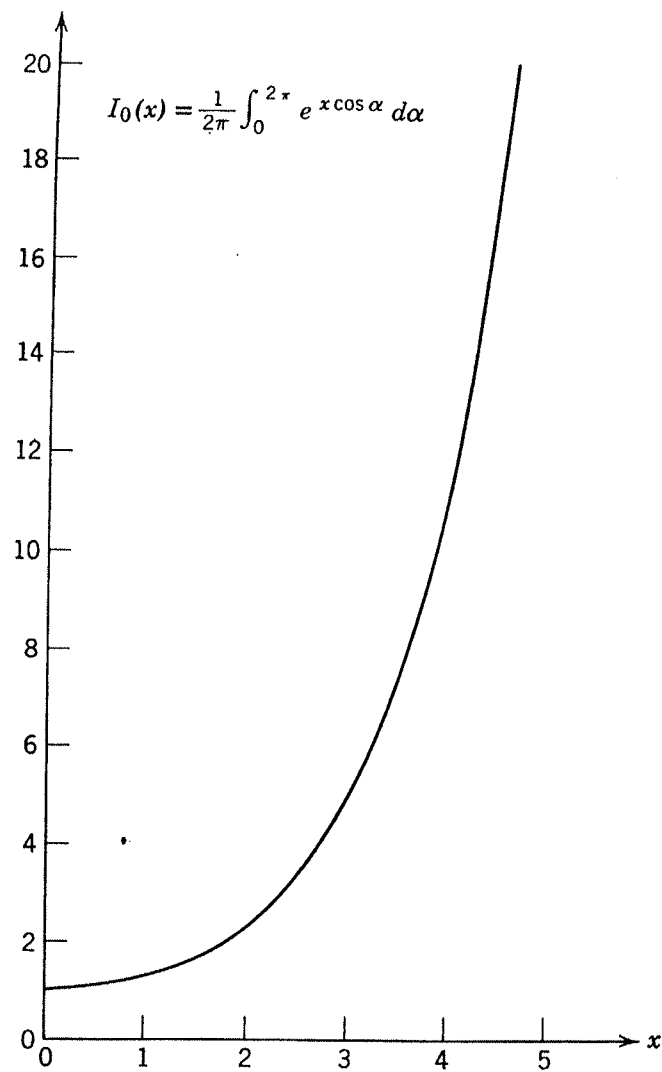


Figure 7.28 Plot of $I_0(x)$.

Este último caso convierte la regla en:

$$\hat{u} = \max_i \left(\int_{-\infty}^{\infty} p(\bar{r}/u_i, \bar{\xi}) \cdot p(\bar{\xi}) d\bar{\xi} \cdot p_i \right) \\ = \max_i \left(\overline{p(\bar{r}/u_i, \bar{\xi})} \cdot p_i \right)$$

Se promedia con respecto a $\bar{\xi}$

5.2 - CANALES CON AMPLITUD ALEATORIA

Normalmente este efecto aparece junto al de fase aleatoria.

Efecto: $|M| = \alpha \cdot |s| + u \cdot |t|$

En principio conocemos la distribución probabilística de α , $p(\alpha)$

$$\hat{u} = \max_i \left(\overline{p(\bar{r}/u_i, \alpha)} \cdot p_i \right)$$

$$p(\bar{r}/u_i, \alpha) = p_n(\bar{r} - \alpha \cdot \bar{s}_i)$$

Suponemos α conocido y promediamos.

Si las señales son equiesenergéticas y equiprobables, las fronteras de decisión pasan por el origen de coordenadas y un cambio en la amplitud no afecta a esos registros de decisión.

En este caso, no hay que cambiar la estructura del receptor.

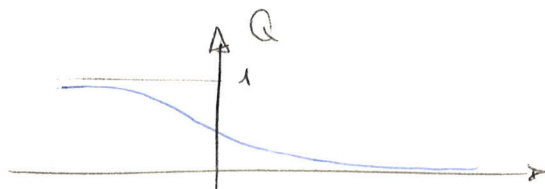
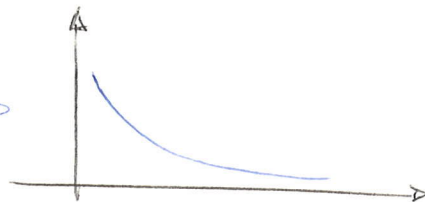
Por tanto, ASK no es adecuado para este tipo de canales.

$$\overline{p(e/\alpha)} \geq p(e/\alpha=1)$$

$$\overline{p(e/\alpha)} = \int_0^\infty p(e/\alpha) p(\alpha) d\alpha \quad \alpha > 0$$

$$Q(\alpha_1, \dots)$$

$p(e/\alpha)$ cóncava



$$\overline{p(e/\alpha)} \geq p(e/\bar{\alpha}) \quad (\text{Si } p(e/\alpha) \text{ cóncava en respecto a } \alpha)$$

5.3- CANALES CON FASE ALEATORIA

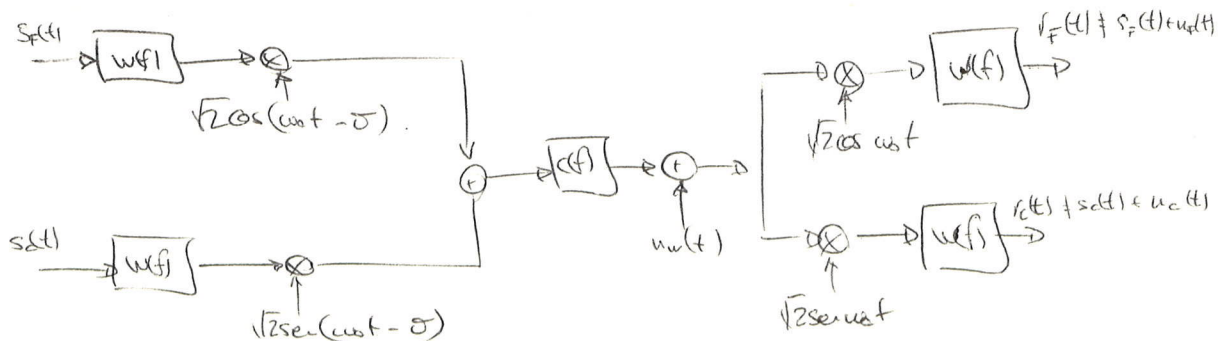
(Canal incoherentes)

5.3.1- GENERALIDADES

Causas:

- 1- Distintos caminos de las señales $\Rightarrow$ distintos retardos, según la frecuencia
- 2- Mezcladores en Tx y Rx desfasados (σ)

2- Desfase variable.

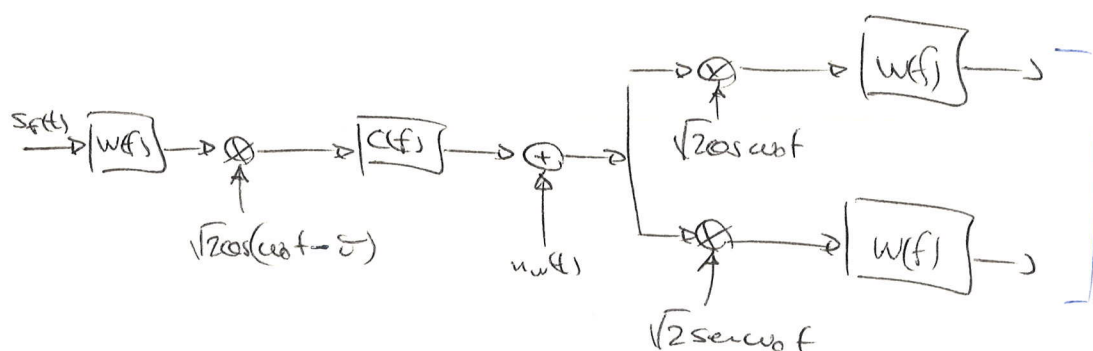


$$\begin{cases} \sqrt{2} \cos(\omega_c t - \vartheta) = \sqrt{2} (\cos \omega_c t \cos \vartheta + \sin \omega_c t \sin \vartheta) \\ \sqrt{2} \sin(\omega_c t - \vartheta) = \sqrt{2} \sin \omega_c t \cos \vartheta - \cos \omega_c t \sin \vartheta \end{cases}$$

$$\begin{cases} r_F(t) = s_F(t) \cos \vartheta - s_c(t) \sin \vartheta + u_F(t) \\ r_c(t) = s_c(t) \cos \vartheta + s_F(t) \sin \vartheta + u_c(t) \end{cases}$$

Se acoplan las componentes en fase y cuadratura.

Tendríamos que renunciar a una de las componentes, por ejemplo a la de cuadratura:



→ hay que escalar bs 2.

$$\begin{cases} r_F(t) = s_F(t) \cos \vartheta + u_F(t) \\ r_c(t) = s_c(t) \sin \vartheta + u_c(t) \end{cases} \quad [1]$$

$$u = u_i \rightarrow \text{MAP: } \hat{u} = \underset{i}{\arg \max} \left(\overline{p(\hat{r}/u_i, \vartheta)} \cdot p_i \right)$$

Nos falta conocer $p(\vartheta)$

No es descartable pensar que $p(\vartheta)$ es uniforme en $[0, 2\pi]$

$$p(\vartheta) = \frac{1}{2\pi} \quad \vartheta \in (0, 2\pi] \quad [2]$$

Suponemos también que el ruido es AWGN. [3]

$$p(r/u_i, \vartheta) = p(\bar{r}_F, \bar{r}_C / u_i, \vartheta)$$

$$= p_{\bar{r}_F \bar{r}_C}(\bar{r}_F - \bar{s}_i \cos \vartheta, \bar{r}_C - \bar{s}_i \sin \vartheta)$$

↓ es proporcional (acto de f_e^{TH})

$$\exp\left(-\frac{1}{N_0} \left(\|\bar{r}_F - \bar{s}_i \cos \vartheta\|^2 + \|\bar{r}_C - \bar{s}_i \sin \vartheta\|^2 \right)\right) =$$

$$= \exp\left(-\frac{1}{N_0} \left(\underbrace{(\bar{r}_F, \bar{r}_F) + (\bar{r}_C, \bar{r}_C) - 2((\bar{r}_F, \bar{s}_i \cos \vartheta) + (\bar{r}_C, \bar{s}_i \sin \vartheta))}_{\text{no influyen} \rightarrow \text{se puede quitar}} + \|\bar{s}_i\|^2 \right)\right)$$

$$\propto \exp\left(\frac{2}{N_0} ((\bar{r}_F, \bar{s}_i) \cos \vartheta + (\bar{r}_C, \bar{s}_i) \sin \vartheta)\right) \cdot \exp\left(-\frac{\bar{E}_i}{N_0}\right)$$

"proporcional"

$$\rightarrow p(\bar{r}/u_i, \vartheta) \propto \exp\left(\frac{2}{N_0} ((\bar{r}_F, \bar{s}_i) \cos \vartheta + (\bar{r}_C, \bar{s}_i) \sin \vartheta)\right) \cdot \exp\left(-\frac{\bar{E}_i}{N_0}\right)$$

Prueba 10 $\rightarrow$ sub b) 1^a exponencial.

$$\Lambda = \max_i \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp\left(\frac{2}{N_0} ((\bar{r}_F, \bar{s}_i) \cos \vartheta + (\bar{r}_C, \bar{s}_i) \sin \vartheta)\right) d\vartheta \cdot e^{-\bar{E}_i/N_0} \cdot p_i \right)$$

Noubranques 2 variables:

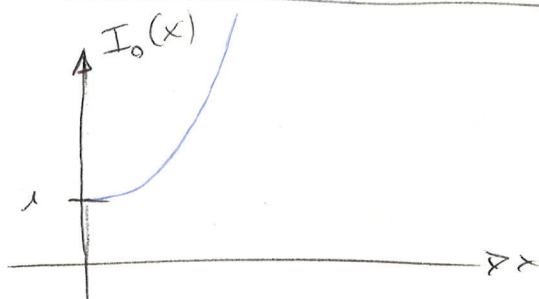
$$\begin{cases} \bar{X}_i = \sqrt{(\bar{r}_F, \bar{s}_i)^2 + (\bar{r}_C, \bar{s}_i)^2} \\ \varphi_i = \arctan \frac{(\bar{r}_C, \bar{s}_i)}{(\bar{r}_F, \bar{s}_i)} \end{cases}$$

$$\hat{u} = \max_i \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp \left(\frac{2}{N_0} \left(X_i \cos(\sigma - \varphi_i) \right) \right) d\sigma \cdot e^{-\frac{E_i}{N_0}} p_i \right)$$

$$X_i \cos(\sigma - \varphi_i) = X_i \cos \varphi_i \cos \sigma + X_i \sin \varphi_i \sin \sigma$$

Fonction de Bessel de 1^{re} espèce

$$I_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{\cos \sigma} d\sigma$$



$$\int_0^{2\pi} \exp \left(\frac{2}{N_0} X_i \cos(\sigma - \varphi_i) \right) d\sigma = I_0 \left(\frac{2X_i}{N_0} \right)$$

$$\hat{u} = \max_i \left(I_0 \left(\frac{2X_i}{N_0} \right) e^{-E_i/N_0} p_i \right)$$

$X_i \rightarrow$ estadística suficiente

$$X_i^2 = (\bar{r}_F, \bar{s}_i)^2 + (\bar{r}_C, \bar{s}_i)^2 = \text{enveloppe}$$

Si les signaux sont équiprobables et équiénergétiques:

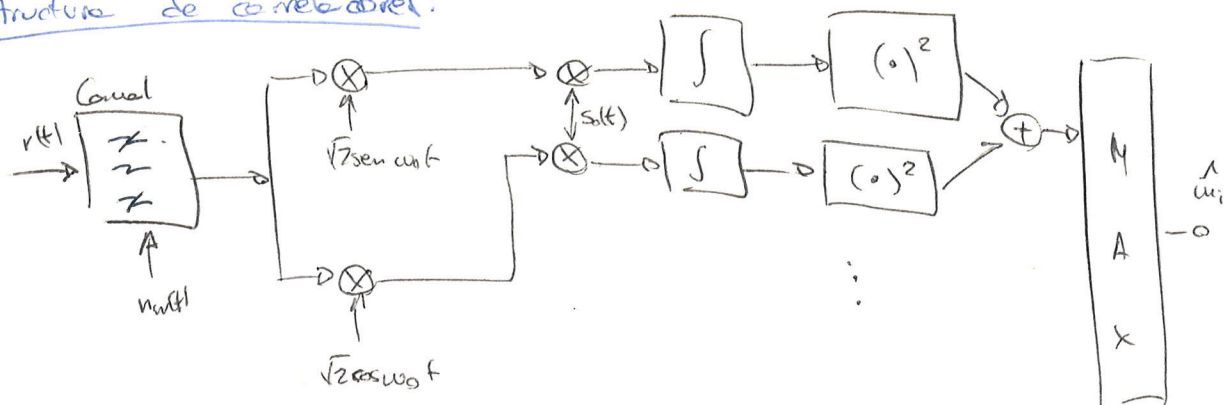
$$\hat{u} = \max_i (X_i^2)$$

5.3.2 - RECEPTORES OPTIMOS

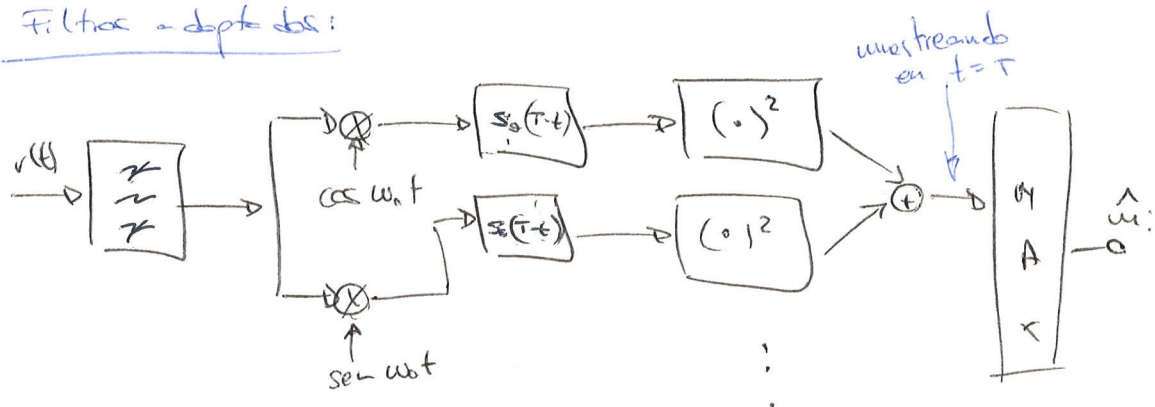
$$X_i = \begin{cases} (\bar{r}_i, \bar{s}_i) \\ (\bar{r}_i, \bar{s}_i) \end{cases}$$

$$u_i(t) = r(t) \times \sqrt{2} s_i(T-t) \cos \omega_0 t = x_i(t) \cos(\omega_0 t - \varphi_i(t))$$

Estructura de correladores:



Filtros de banda estrecha:

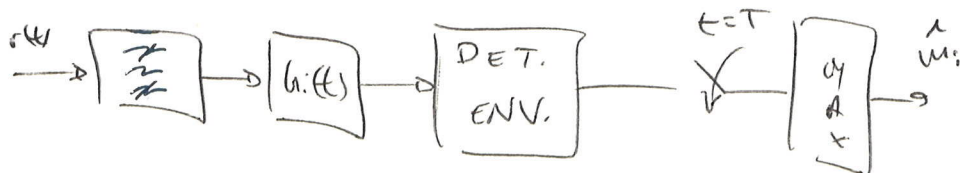


$$X_i(t) \Big|_{t=T} = x_i \rightarrow \text{el estadístico suficiente}$$

No nos fijamos en la fase, sino en la envolvente

Filtros de banda pasabanda:

$$h_i(t) = \sqrt{2} s_i(T-t) \cos \omega_0 t$$



57

3º TEL. SUP.

0,15€
29/5/02

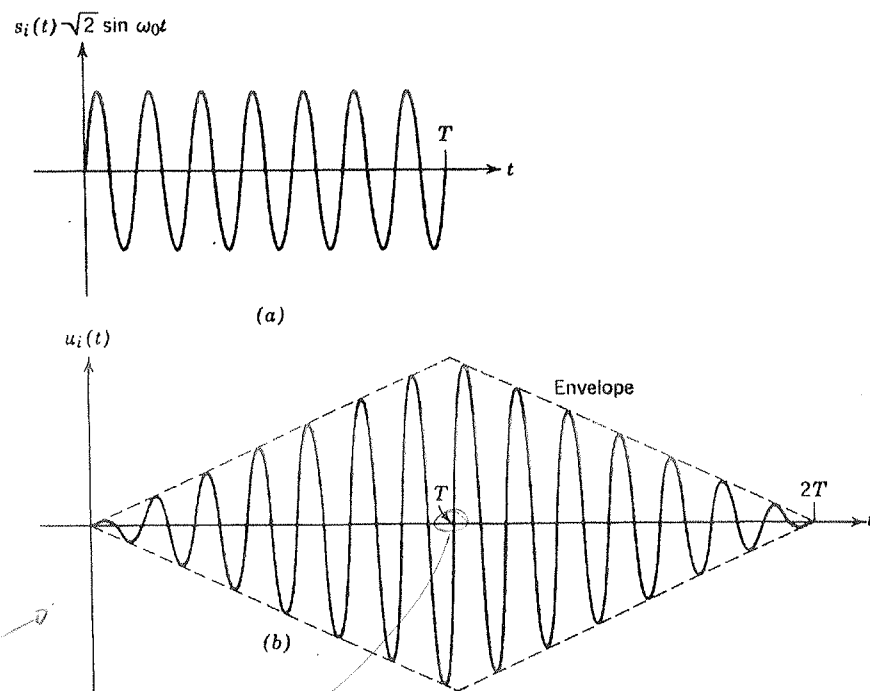


Figure 7.32 Envelope detection of (noiseless) pulsed sine wave.

Filtro adaptado, con

desfase $\theta = \pi/2 = 0$

⇓

los picos en la envolvente

Distribución de Rice y de Rayleigh

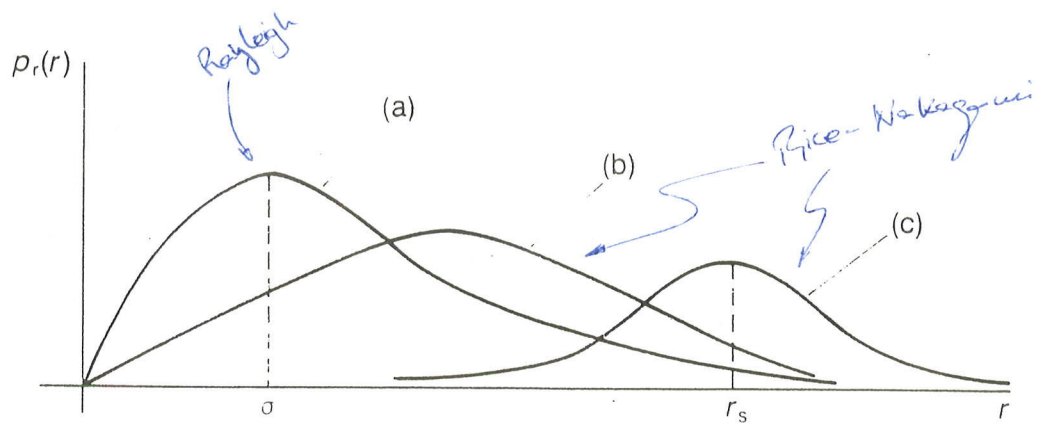
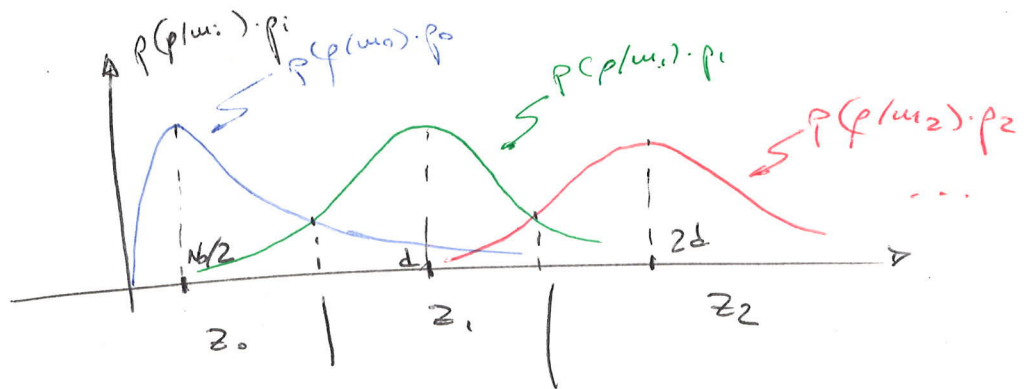


Fig. 5.19 Rician probability density function; (a) $K \rightarrow 0$, (b) $K \approx 1$, (c) $K \gg 1$



Rayleigh: $p(p/w_0) = \frac{2p}{N_0} e^{-\frac{p^2}{N_0}}$

} tiene integral analítica

Rice → no tiene integral analítica → Q de Marcum:

$$p(p/w_0) = \frac{2p}{N_0} \cdot I_0\left(\frac{2\sqrt{pE_i}}{N_0}\right) \cdot e^{-\frac{p^2 E_i}{N_0}}$$

$$Q(\alpha, \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} p e^{-\frac{p^2 \alpha^2}{2}} \cdot I_0(\alpha p) dp$$

61

3: TEL. SUP.

0,12 €

6.5.02

CANALES PASOBANDA INCOHERENTES

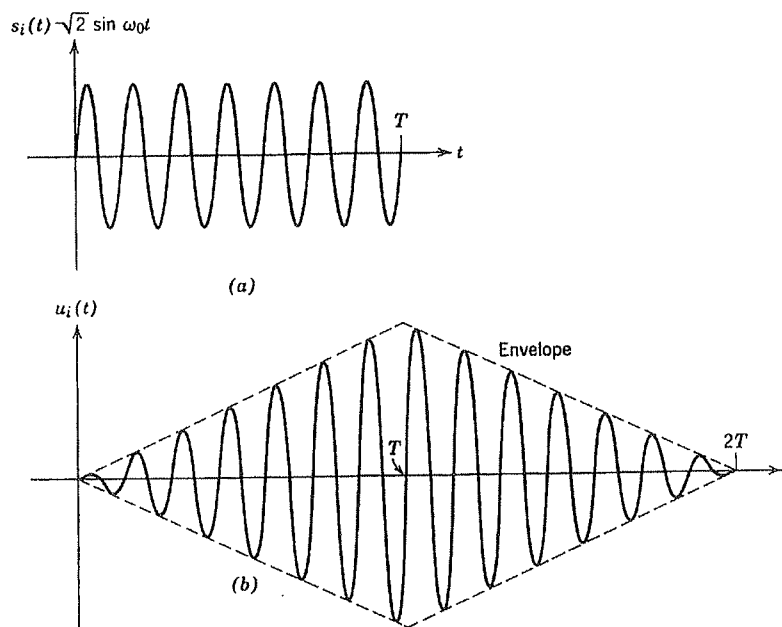
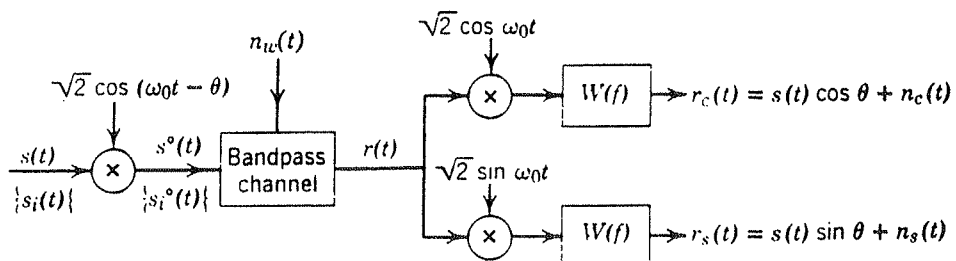


Figure 7.32 Envelope detection of (noiseless) pulsed sine wave.

HIPOTESIS:

- [1]
$$\begin{aligned}\bar{r}_f &= \bar{s}_i \cos \theta + \bar{n}_f \\ \bar{r}_c &= \bar{s}_i \sin \theta + \bar{n}_c\end{aligned}$$
- [2] Canal AWGN
- [3] Fase θ uniforme entre 0 y 2π
- [4] Regla MAP:
$$\hat{m} = \max_i [p(\bar{r} / m_i, \theta) p_i]$$

SOLUCION:

$$\hat{m} = \max_i \left[I_0 \left(\frac{2X_i}{N_0} \right) e^{-\frac{E_i}{N_0}} p_i \right]$$

Donde $X_i = \sqrt{(\bar{r}_f, \bar{s}_i)^2 + (\bar{r}_c, \bar{s}_i)^2}$ (envolvente) es el estadístico suficiente.

IMPLEMENTACION:

1. Demodulación (fase y cuadratura) + Filtrado adaptado + Cálculo
2. Filtro sintonizado + Detección de envolvente + Muestreador

(En el caso particular de señales equiprobables y equienergéticas, la regla se convierte en:

$\hat{m} = \max_i [X_i] = \max_i [X_i^2]$, que es la implementada en la figura adjunta).

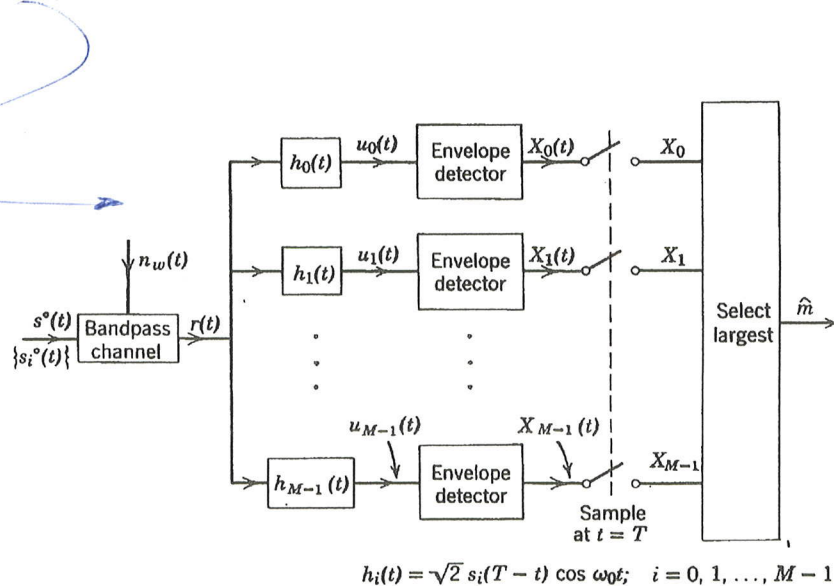


Figure 7.31 Envelope-detector receiver for equal-energy signals with random phase.

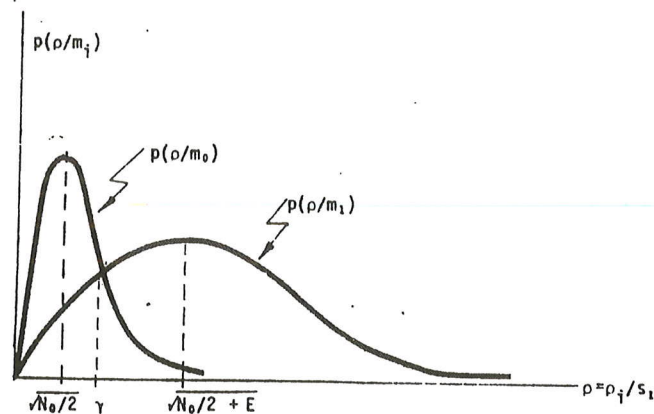
DISTRIBUCION DE LA ENVOLVENTE

Si el mensaje transmitido es 0, la distribución es

$$p(\rho / m_i) = \frac{2\rho}{N_0} \cdot e^{-\frac{\rho^2}{N_0}} \quad \text{Rayleigh}$$

Para cualquier mensaje no nulo de energía E_i , la distribución es entonces:

$$p(\rho / m_i) = \frac{2\rho}{N_0} \cdot I_0\left(\frac{2\rho\sqrt{E_i}}{N_0}\right) \cdot e^{-\frac{\rho^2 + E_i}{N_0}} \quad \text{Rice-Nakagami}$$



CONSTELACIONES:

Son adecuadas para la transmisión

1. ASK (neutral): se discriminan los símbolos por su amplitud.
2. FSK (ortogonal): se discriminan por su frecuencia. A cada frecuencia, la distribución de la envolvente será de tipo Rayleigh (si el símbolo transmitido no correspondía a dicha frecuencia) o Rice (en caso afirmativo).
3. DPSK: requiere detección coherente + codificación diferencial de la información.

En cualquiera de los casos, se produce una DEGRADACIÓN DE LAS PRESTACIONES frente a la detección coherente, tanto menor cuanto mayor es la relación SNR. Como ejemplo, se incluye B-FSK (figura).



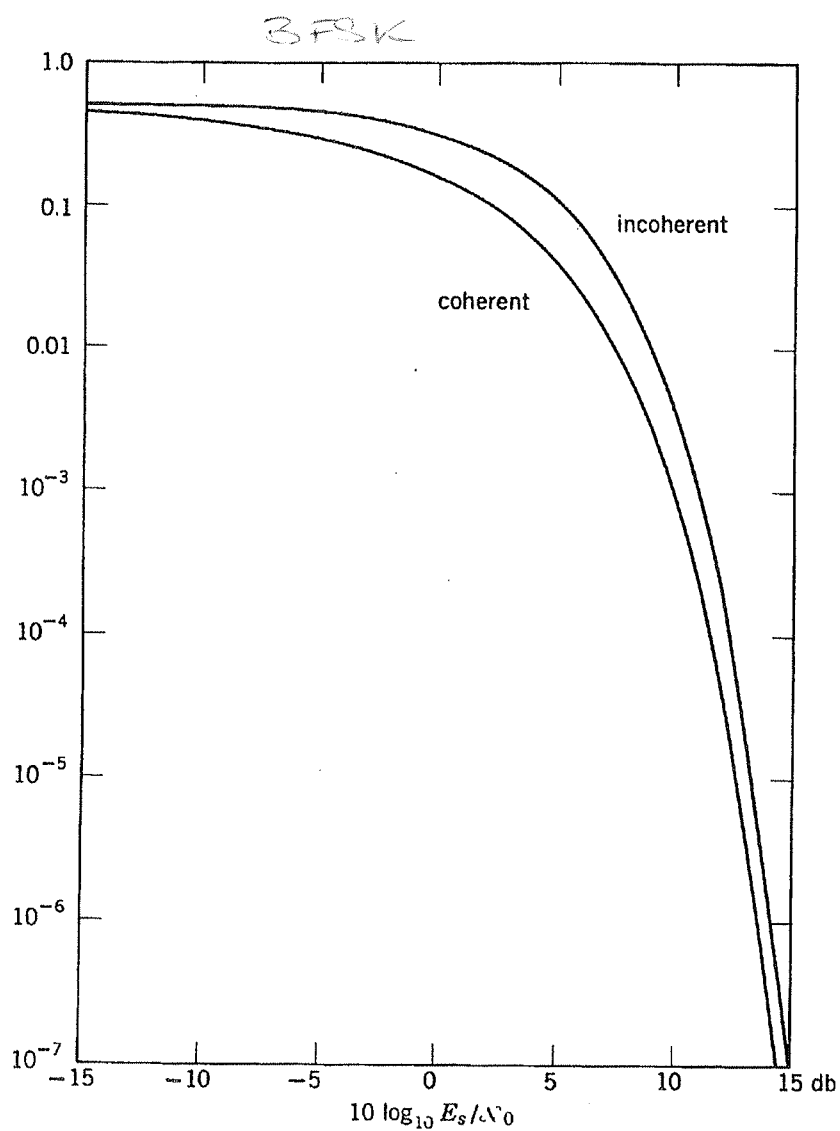
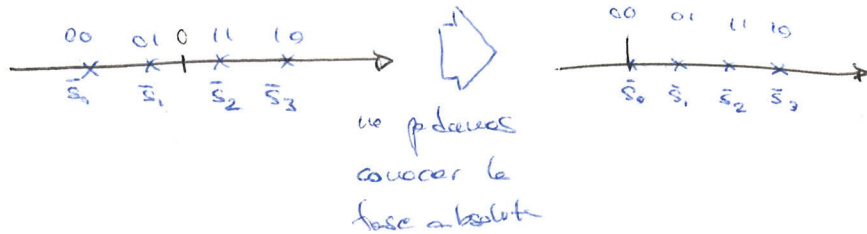


Figure 7.33 Probability of error for coherent and incoherent reception of two equally likely orthogonal signals of energy E_s .

¿Cómo se degradan las prestaciones?

5.3.3 - MODULACIONES DIGITALES EN CANALES INCOHERENTES

5.3.3.1 - ASK NEUTRAL



$$\begin{cases} s_0(t) = 0 \cdot \psi(t) \\ s_1(t) = \psi(t) \\ s_2(t) = 2 \cdot \psi(t) \\ s_3(t) = 3 \cdot \psi(t) \end{cases} \quad \int_0^T \psi^2(t) dt = 1$$

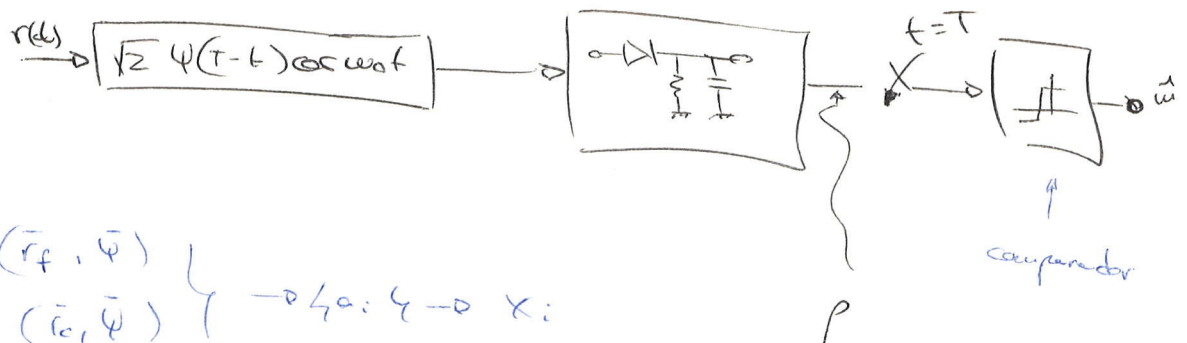
$$s_i = a_i \cdot \psi(t), \quad a_i = i \cdot d$$

↑
distancia entre símbolos

Idea central: un solo f. (trazo)

$$\hat{u} = \max_i (p(\bar{r}/u_i) \cdot p_i) = \max_i (p(\bar{r}/u_i) \cdot p_i)$$

$$p = \sqrt{(\bar{r}_f, \psi)^2 + (\bar{r}_c, \psi)^2}$$



$$\begin{cases} (\bar{r}_f, \psi) \\ (\bar{r}_c, \psi) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 0 & \text{if } a_i = 0 \\ \neq 0 & \text{if } a_i \neq 0 \end{cases}$$

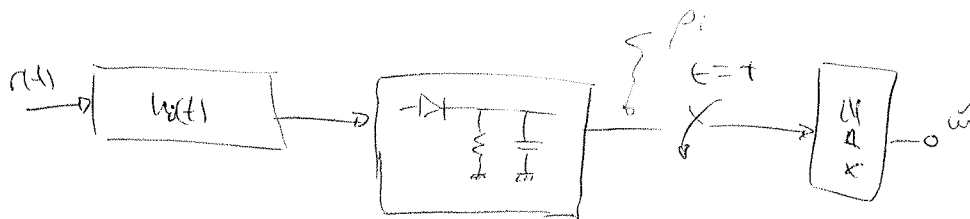
↑
no depende de "i"

$(r_f, \psi) \rightarrow$ gaussiana $\left\{ \begin{array}{l} \psi \text{ determinista} \\ \psi \text{ gaussiana} \end{array} \right.$

idem para (r_c, ψ)

Cambio de coordenadas cartesianas a polar

5.3.3 2-PSK ortogonal



$$w(t) = \psi(T-t) \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega_c + \omega_s)t$$

$$P(p_i / \omega_k) = \begin{cases} \frac{2p_i}{N_0} e^{-p_i^2 / N_0} & p_i > 0, i \neq k \\ \frac{2p_i}{N_0} \exp\left(-\frac{p_i^2 + E}{N_0}\right) \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{2p_i \sqrt{E}}{N_0} \right) & p_i > 0, i = k \end{cases}$$

Las prestaciones no se degradan demasiado si la SNR es buena. (igual en ASK normal)

5.3.3.3 - DPSK

(transparencia)

Se compara la propia información con su historia, modificando los cambios.

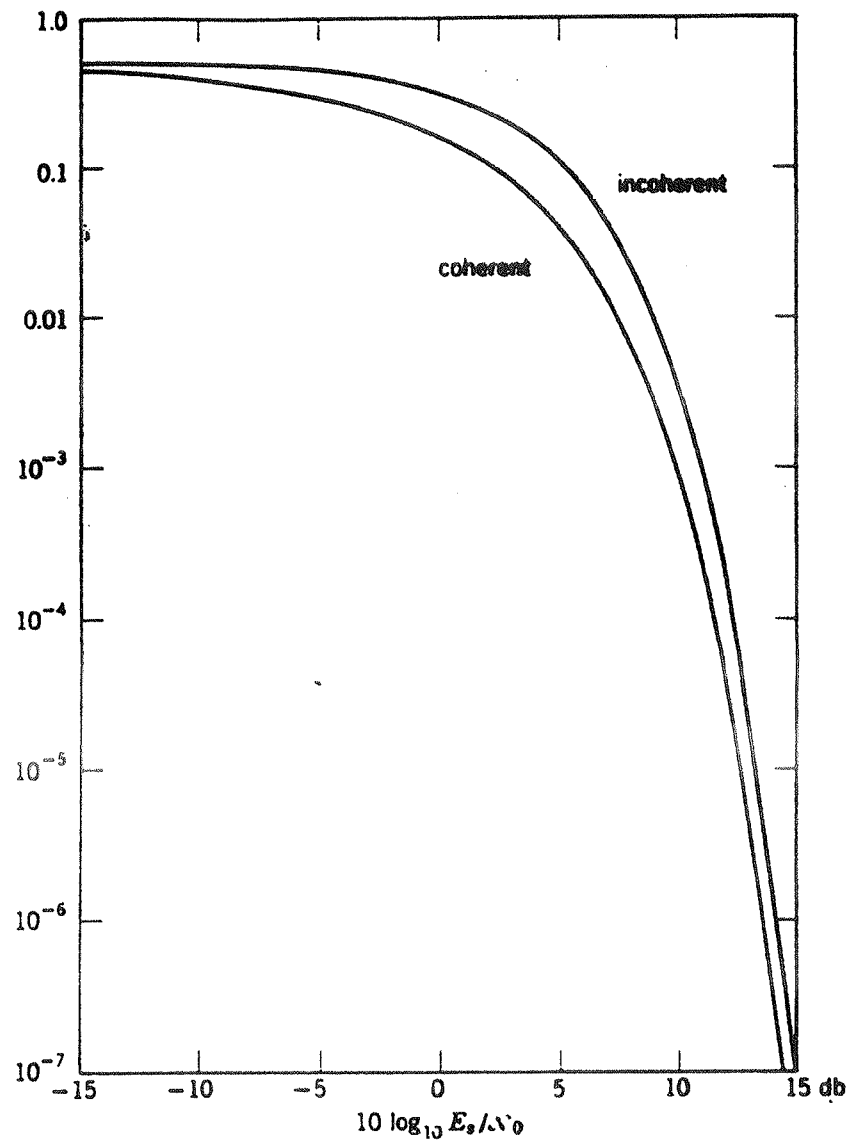


Figure 7.33 Probability of error for coherent and incoherent reception of two equally likely orthogonal signals of energy E_s .

FSK - orthogonal

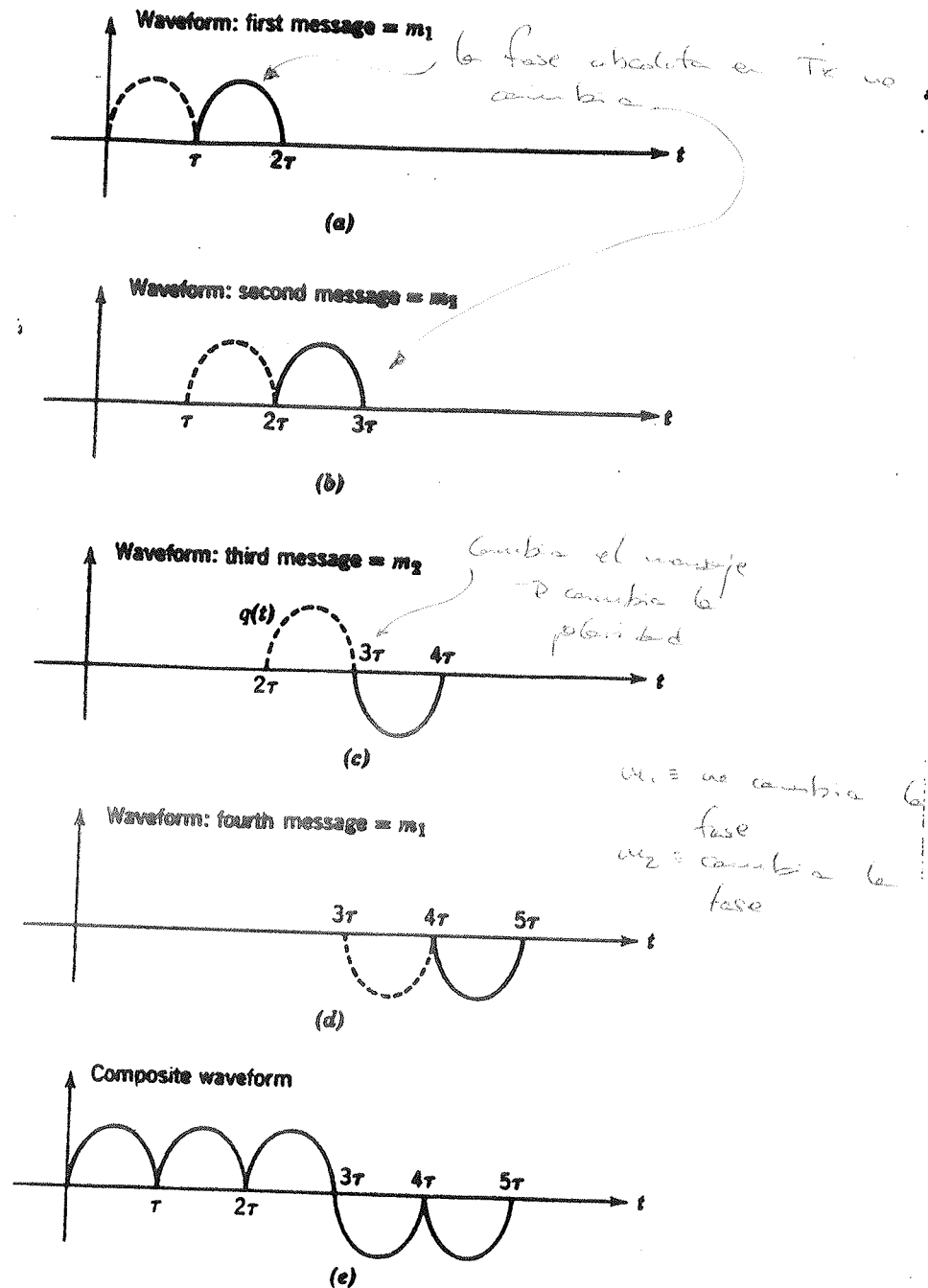


Figure 7.38 Differential-phase-shift-keyed waveforms for message sequence m_1, m_1, m_2, m_1 . For each message the reference waveform is the dashed pulse, and the signal waveform is the solid one. The energy of each pulse is E_r .

DPSK

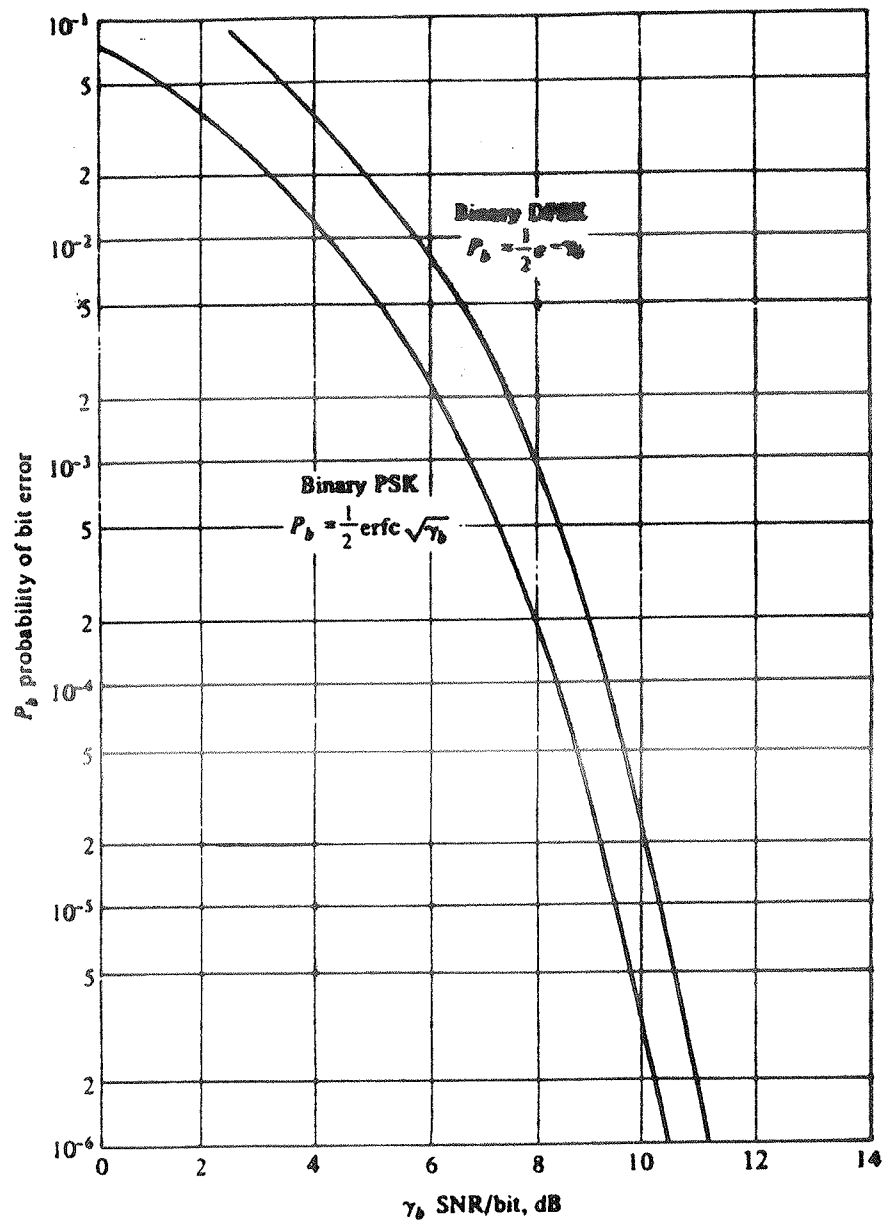
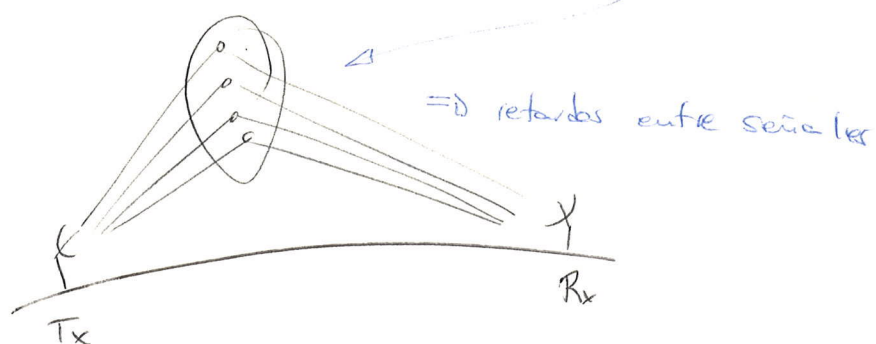


FIGURE 4.2.19
Probability of error for binary PSK and DPSK.

5.4 - CANALES CON DESVANECIMIENTOS

5.4.1 - MODELO GENERAL

Propagación ionosférica



$$\sqrt{2} s_i(t) \cdot \cos \omega_c t$$



$$r(t) = \sum_i c_i \sqrt{2} s(t - \tau_i) \cos \omega_c(t - \tau_i)$$

suma de todas las señales ionizantes que llegan con distintos τ_i (retardo relativo)

N/A

$$\tau_i \rightarrow \omega, \tau_i = \sigma_i \Rightarrow \frac{1}{2\pi} [0, 2\pi]$$

$$p_{\sigma_i}(\sigma_i) = \frac{1}{2\pi} \quad 0 \leq \sigma_i < 2\pi$$

$$s(t - \tau_i) \approx s(t) \rightarrow \frac{1}{\tau_i} \text{ pequeña comparado con la frecuencia máxima de la señal}$$

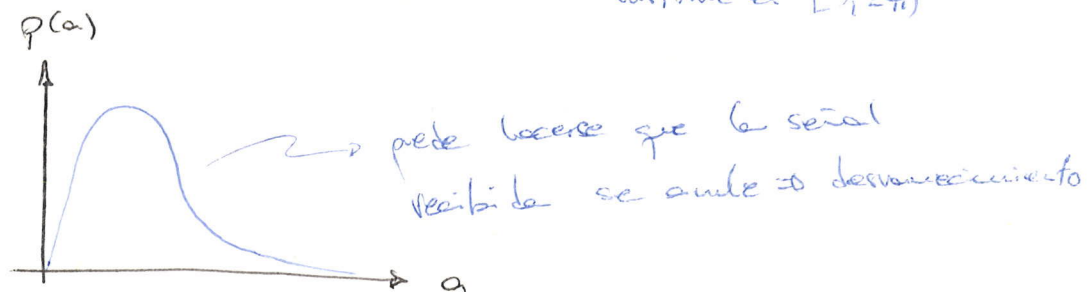
$$r(t) = s(t) \sum_i c_i \sqrt{2} \cos(\omega_c t - \sigma_i)$$

Teorema del límite central $\Rightarrow$

$$r(t) = \underbrace{a}_{\text{Rayleigh}} \cdot \sqrt{2} \cdot s(t) \cos(\omega t - \phi)$$

$\downarrow$
Rayleigh

$\downarrow$
uniforme en $[0, 2\pi)$



5.4.2- TÉCNICAS DE DIVERSIDAD

5.4.2.1- DIVERSIDAD TEMPORAL

Españar un tiempo para volver a transmitir, de forma que pueda cambiar la situación del canal

5.4.2.2- DIVERSIDAD ESPACIAL

Usar antenas separadas espacialmente algunas longitudes de onda.

5.4.2.3- DIVERSIDAD ESPECTRAL

Condiciones del medio dependen de la frecuencia $\Rightarrow$ emitir a 2 frecuencias $\Rightarrow$ saturar antes el espectro