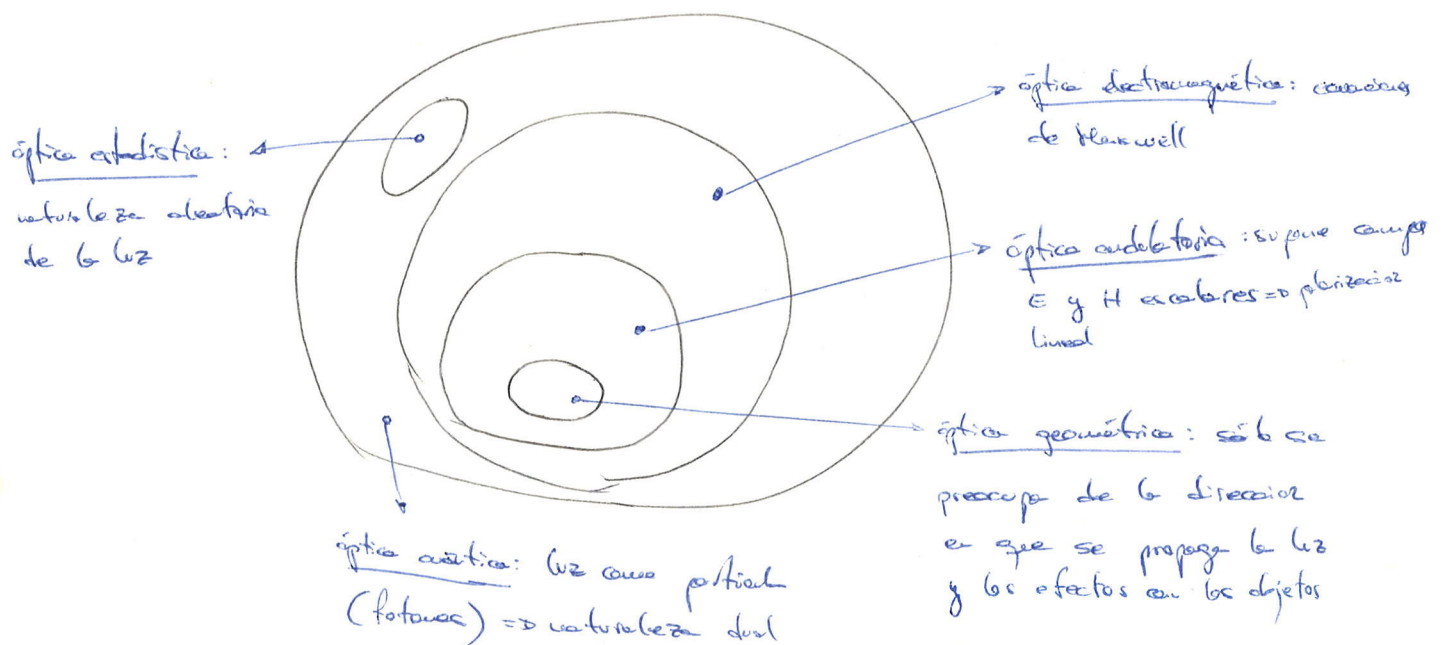


TEMA 2: FUNDAMENTOS DE ÓPTICA

- 2.1- APROXIMACIONES EN EL ESTUDIO DE FENÓMENOS ÓPTICOS
- 2.2- ÓPTICA GEOMÉTRICA: ANÁLISIS DE SISTEMAS ÓPTICOS
- 2.3- ÓPTICA ONDULATORIA: DIFRACCIÓN
- 2.4- ÓPTICA ESTADÍSTICA: COHERENCIA DE UNA FUENTE DE LUZ

2.1- APROXIMACIONES EN EL ESTUDIO DE FENÓMENOS ÓPTICOS



2.2- ÓPTICA GEOMÉTRICA

Es la teoría más sencilla para explicar los fenómenos relacionados con la luz.

Consiste en:

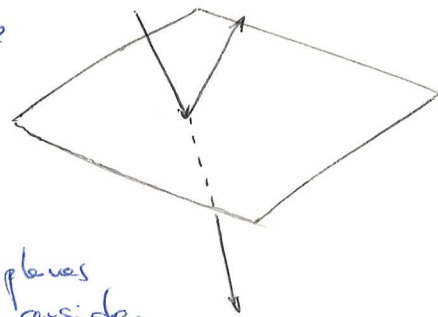
- representar los campos por rayos
- aplicar las leyes de Snell

12
Un rayo es un vector perpendicular a un frente de onda.



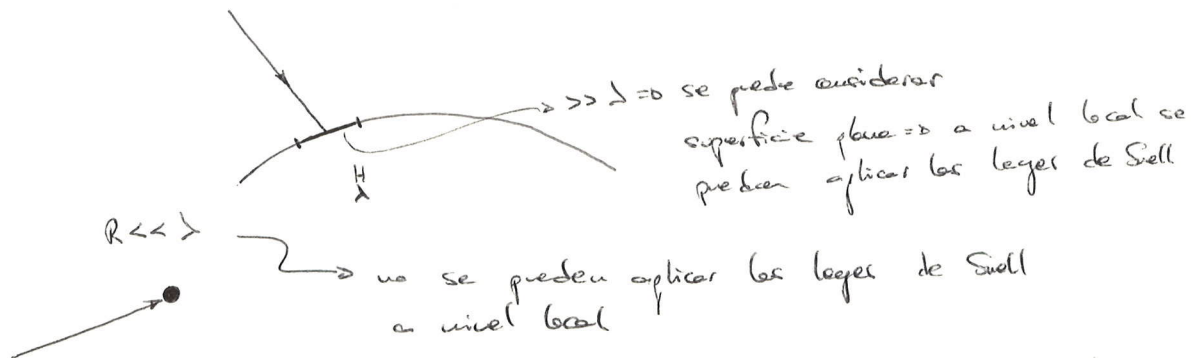
Las leyes de Snell son las de reflexión y refracción.
Se aplican cuando hay una incidencia de un frente de onda plano sobre una superficie plana (e infinito).

El frente de onda también es infinito.



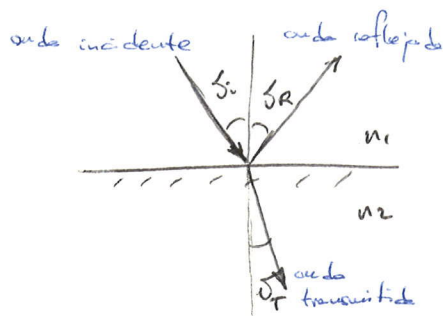
En la práctica basta que sean planas en regiones grandes (o se pueden considerar como tales), comparándolas con la longitud de onda.

Entonces se pueden aplicar ^{las} leyes de Snell a nivel local.



La óptica geométrica se puede aplicar cuando la luz interactúa con objetos grandes en relación a la longitud de onda.

- Leyes de Snell:



$$v = \frac{c_0}{n} = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

$n \uparrow \Rightarrow$ medio denso

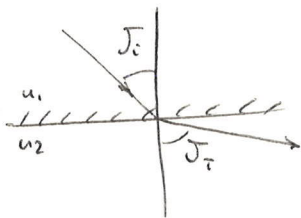
$n \downarrow \Rightarrow$ medio menos denso (vacuo)

• Leg de la reflexión: $\boxed{\theta_i = \theta_r}$

• Leg de la refracción: $\boxed{n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t} \quad \theta_i, \theta_t \in [0, 90^\circ]$

$\rightarrow$ Caso 1: $n_1 < n_2$ ($\text{rayo se acerca a la normal}$)
 $\Rightarrow \theta_t < \theta_i$

$\rightarrow$ Caso 2: $n_1 > n_2$ ($\text{rayo se aleja de la normal}$)
 $\Rightarrow \theta_t > \theta_i$



reflexión total: $\theta_t = 90^\circ$ (no hay energía transmitida, sólo reflejada)

$\Rightarrow \boxed{\theta_{\text{cít}} = \arcsin \frac{n_2}{n_1}}$

ángulo crítico

- Sistemas ópticos de interés:

Toda óptica de revolución alrededor de una línea que llamamos eje óptico.

Para estudiar el comportamiento de las lentes planas hacer una aproximación más:



APROXIMACIÓN PARAXIAL: tener en cuenta sólo los rayos que forman ángulos pequeños con el eje.

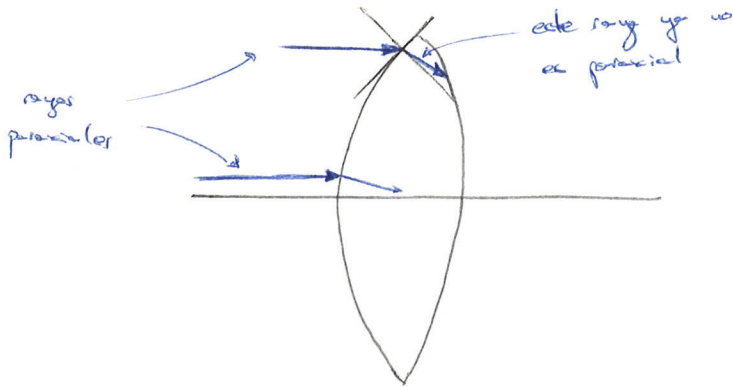
14
 La esta aproximación es suficiente para entender lo que ocurre en estos sistemas.

Si los ángulos son pequeños,

(nos interesan los rayos refractados, no los reflejados)

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \Rightarrow \boxed{n_1 \theta_1 \approx n_2 \theta_2}$$

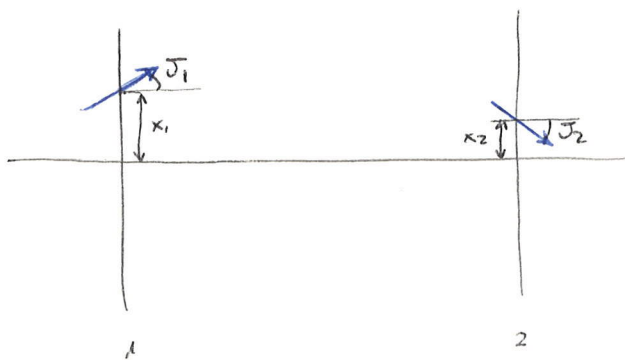
Consecuencia de la aproximación paraxial:



Al considerar la aproximación paraxial a lente, tenemos que descartar los rayos que inciden en la periferia de la lente, por lo que sólo nos quedamos con los que inciden cerca del eje óptico.

Tomando sólo esos rayos que inciden cerca del eje podemos caracterizar la lente.

- Formulamos ecuación de la óptica geométrica:



(plano 1)

(x_1, θ_1)

2

(x_2, θ_2)

Los planos 1 y 2 delimitan el sistema óptico

(pintamos los ángulos exagerados, realmente son pequeños para que se cumpla la aproximación paraxial)

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}}_{\vec{M}} \begin{bmatrix} x_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix}$$

$\vec{M}$ = matriz del sistema óptico

• Convenios de signos:

$$\begin{cases} x > 0 & \text{si pasa por encima del eje} \\ x < 0 & \text{si pasa por debajo} \end{cases}$$

$$\begin{cases} J > 0 & \text{si el rayo va hacia arriba (propagación izquierda a derecha)} \\ J < 0 & \text{si va hacia abajo} \end{cases}$$

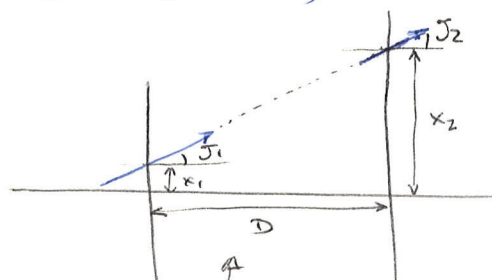
→ Propiedad:

- La matriz de la conexión en cascada de sistemas ópticos es igual al producto de las matrices individuales en orden inverso

$$\boxed{1} - \boxed{2} - \boxed{3} \longrightarrow \bar{M} = \bar{M}_3 \cdot \bar{M}_2 \cdot \bar{M}_1$$

Estos parámetros equivalen a los parámetros ABCD inversos en Terciales.

• Transfer: ("codo")



medio continuo

Serve para caracterizar el grado de los lentes

$$J_2 = J_1$$

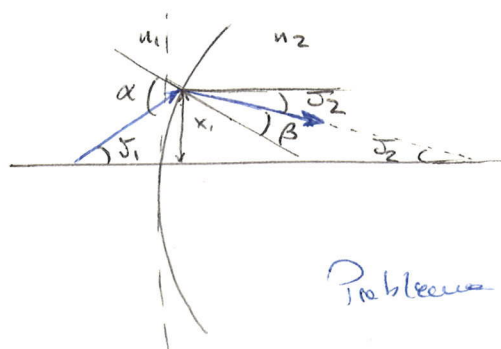
$$x_2 = x_1 + D \tan J_1$$

$$\approx x_1 + D J_1$$

aproximación
pequeña

$$\bar{T} = \begin{bmatrix} 1 & D \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Superficie refractante: superficie esférica que separa dos medios de distinto índice de refracción (n_1, n_2)



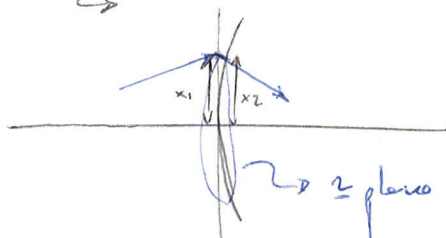
$\alpha, \beta \rightarrow$ ángulos respecto a la normal

$J_1, J_2 \rightarrow$ ángulos respecto al eje óptico

Problema aquí: no hay un plano izquierdo y otro de hecho, sino una esfera

Pero en la aproximación paraxial sólo tenemos en cuenta rays cercanos al eje óptico:

zoom $\rightarrow$



tenemos un solo plano:

$$x_2 = x_1$$

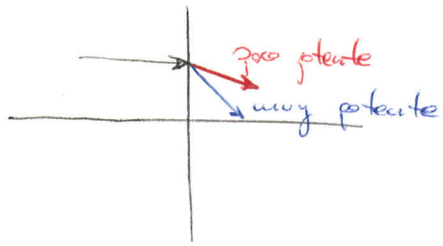
para el ángulo no se puede hacer esta misma aproximación, por lo que hay que resolver el problema anterior.

Resultado:
$$J_2 = \frac{n_1 - n_2}{R} \frac{1}{n_2} x_1 + \frac{n_1}{n_2} J_1$$

Desarrollo $\rightarrow$ propuesto

$$\left| \frac{n_2 - n_1}{R} = P \equiv \text{potencia de la superficie refractante} \right|$$

indica la capacidad de un sistema óptico para deflectar (doblar) rays que inciden paralelos al eje óptico.



Superficie plana: $R = \infty \Rightarrow$ no se
dobla nada

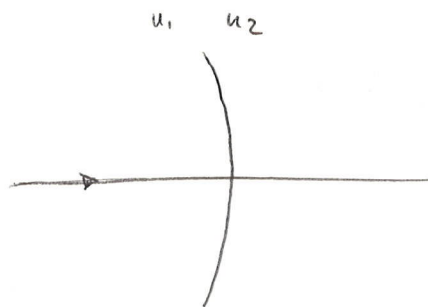
$$u_1 = u_2 \Rightarrow \text{lente}$$

Unidades: $P \rightarrow m^{-1}$ (dioptría: unidad de potencia óptica)

Matriz:

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{P}{n_2} & \frac{n_1}{n_2} \end{bmatrix} \quad \left| P = \frac{n_2 - n_1}{R} \right|$$

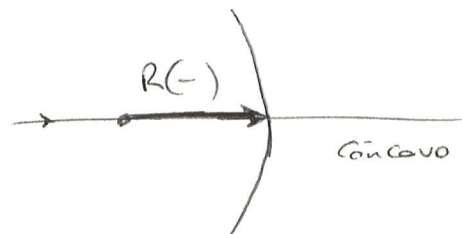
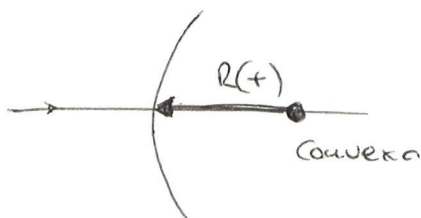
Otro caso: la superficie en otro sentido
(cóncavo)



la matriz cambia:

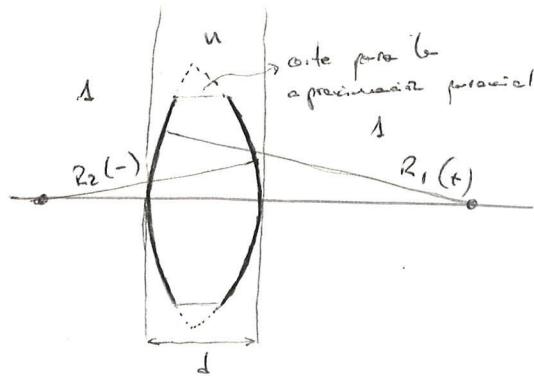
$$\bar{R} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{P}{n_2} & \frac{n_1}{n_2} \end{bmatrix}$$

- Forma de superficies en una sola matriz:
asignarle un signo al radio de curvatura de
la superficie



• lente:

Una lente es un trozo de cristal limitado por dos superficies esféricas cuyos centros están sobre la misma recta (el eje óptico) de curvatura



Lo normal es que a ambos lados de la lente haya un mismo medio. Por convención consideraremos que es aire ($n=1$)

$$\bar{L} = \bar{R}_2 \cdot \bar{T} \cdot \bar{R}_1 \quad \hat{O}_y \hat{O} : \text{orden inverso}$$

matriz de una lente gruesa

Hacemos una aproximación: LENTE DELGADA $\Rightarrow d$ muy pequeño ($d \approx 0$)

En la práctica se cumple en la mayoría de los casos (el grosor es mucho menor que los radios de curvatura de las superficies)

$$\text{En este caso, } \underline{\underline{\bar{T} \approx I}} \Rightarrow \underline{\underline{\bar{L} = \bar{R}_2 \cdot \bar{R}_1}}$$

$$\bar{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{bmatrix}$$

matriz de una lente delgada en aire

$f \equiv$ distancia focal

Cuentas:

- el comportamiento de la lente depende de un solo parámetro: la distancia focal, f

$$\boxed{\frac{1}{f} = p_1 + p_2 = \frac{n-1}{R_1} + \frac{1-n}{R_2} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)}$$

relaciona el comportamiento óptico de la lente (f) con los parámetros físicos

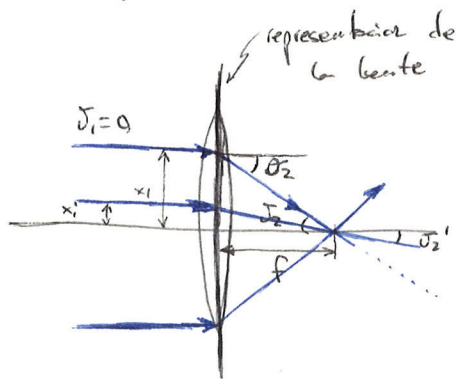
→ FÓRMULA DEL
CONSTRUCTOR DE LENTES

$$\rightarrow \frac{1}{f} = p_1 + p_2 \equiv \text{POTENCIA DE LA LENTE}$$

unidades: m^{-1} (dioptrías)

- ¿por qué se le llama distancia focal?

Supongamos una lente con $f > 0$



$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix}$$

$$= D \begin{cases} x_2 = x_1 \\ u_2 = -\frac{x_1}{f} + u_1 \end{cases}$$

$$u_1 = 0 \rightarrow -\frac{x_1}{f}$$

$$\frac{x_1}{f} = \tan \theta_2 \approx \theta_2$$

aprox. paraxial

Para un rayo que incide a una altura x_1 , tenemos la imagen:

$$x_2' = x_1'$$

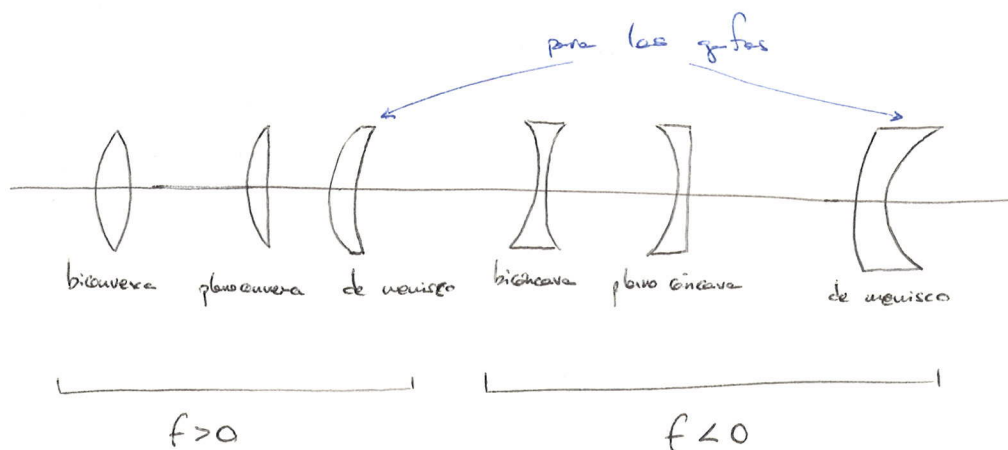
$$u_2' = -\frac{x_1'}{f} \quad \text{y corta al eje óptico en } f.$$

FOCO de una lente: punto al que convergen los rayos que inciden paralelos al eje óptico

- existen 2 focos en toda lente (uno a la izquierda y otro a la derecha), a la misma distancia.

Esto ocurre aunque no sea simétrica, y que estemos en la superficie de la lente delgada.

- hay distintos tipos de lentes:



CONVERGENTES

(o luz de rayos paralelos al eje converge en el foco)



¿para que distintos tipos de lentes en la misma distancia focal?

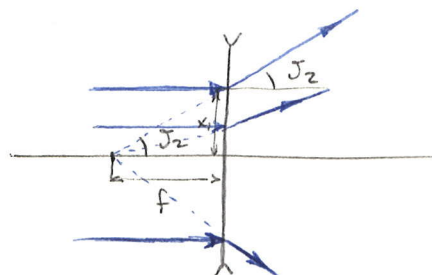
→ tienen el mismo comportamiento óptico

→ pero cuando no se cumple la paraxialidad y lo la lente de lente delgada, se comportan de forma diferente

DIVERGENTES

el criterio para lentes convergentes ($f > 0$) y divergentes ($f < 0$) es para un medio menos denso que la lente.

- cuando $f < 0$:



$$x_2 = x_1$$

$$x_2 = -\frac{x_1}{f} + x_1 \Big|_{x_1=0} = -\frac{x_1}{f}$$

$$= \frac{x_1}{|f|}$$

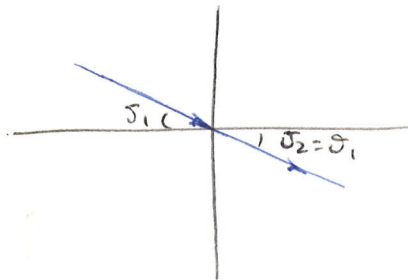
las prolongaciones de los rayos que divergen están en la distancia focal

- rayos principales: son unos rayos concretos que sirven para ayudarnos a estudiar la formacion de imagenes en una lente.

Sea 3:

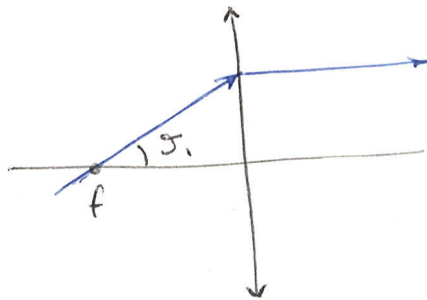
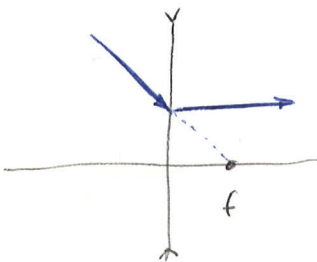
→ un rayo que incide a la altura del eje optico no sofre cambio de direccion

$$\begin{array}{lcl} x_2 = x_1 & \begin{array}{c} \nearrow \\ x_1 = 0 \end{array} & x_2 = 0 \\ s_2 = -\frac{x_1}{f} = s_1 & & s_2 = s_1 \end{array}$$



→ un rayo que incide paralelo al eje optico pasa por el foco

→ un rayo que pasa por el foco antes de incidir sale paralelo al eje optico



$$s_1 = \frac{x_1}{f} \Rightarrow s_2 = -\frac{x_1}{f} + s_1 = 0$$

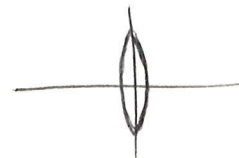
- ejemplo numerico:

$f = 100 \text{ mm}$ (lente convergente)

radios iguales

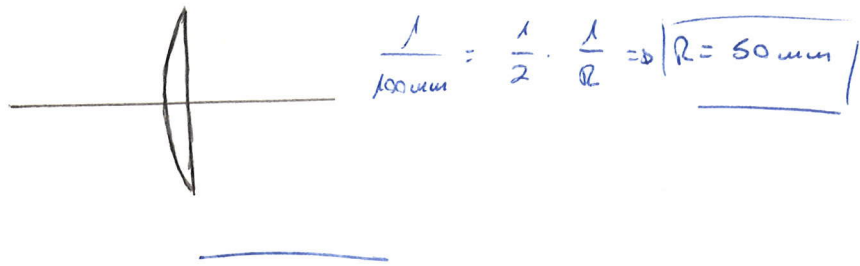
$n = 1.5$

Calcular el radio $|R_1| = |R_2| = |R|$

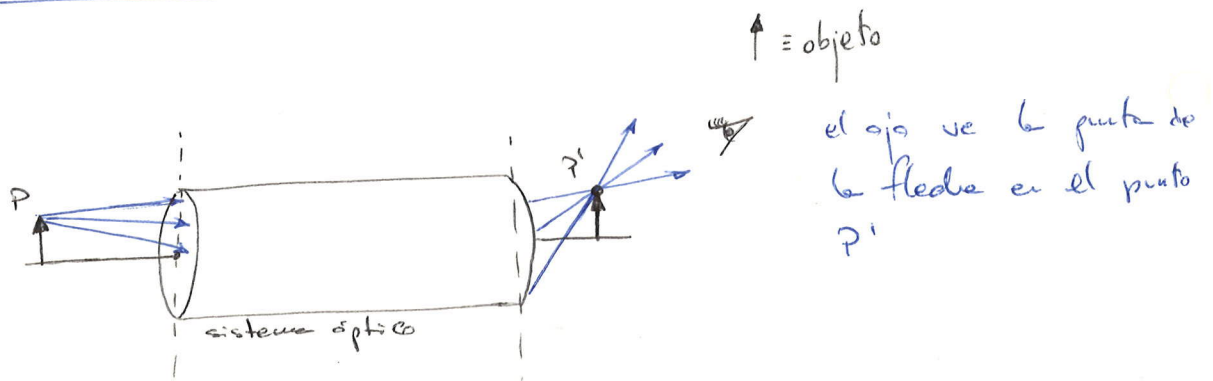


$$\frac{1}{100 \text{ mm}} = \left(\frac{3}{2} - 1 \right) \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{-R} \right) = \frac{1}{R} \Rightarrow \underline{R = f = 100 \text{ mm}}$$

Ahora lo mismo para una lente plano convexa:



FORMACIÓN DE IMÁGENES



Cuando los rayos que parten de un mismo punto y atraviesan un sistema convergen a la salida en un mismo punto, y ello ocurre para todos los puntos de origen, se dice que el sistema es capaz de formar imágenes.

- ¿Por qué quiero formar imágenes?
 - cambiar el tamaño (ampliar/reducir)
 - fotografía

Diferencia entre imagen real y virtual

imagen real

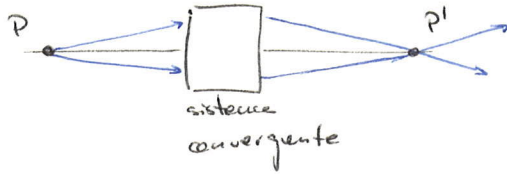
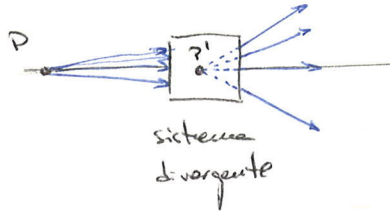


imagen virtual



→ a P' no confluyen los rayos, sino que se tiene la apariencia de que parten de él.

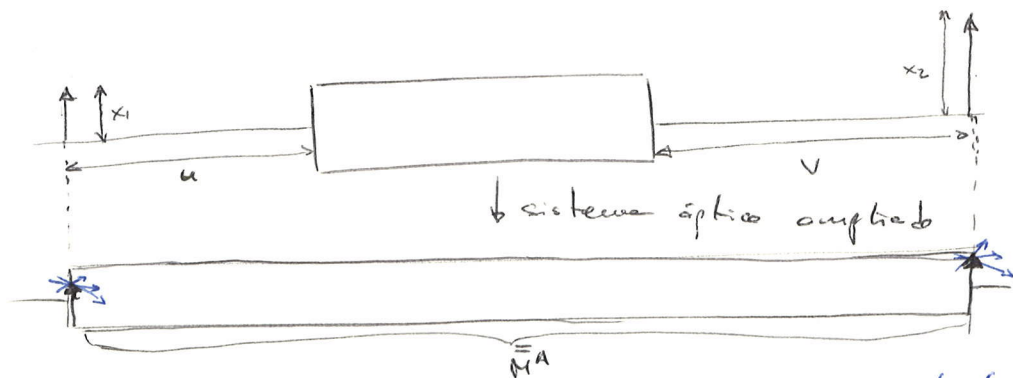
→ El ojo humano no es capaz de distinguir una de otra.

→ Diferencia: se puede proyectar una imagen real (sobre una placa o una pantalla), no una virtual, ya que físicamente no hay rayos que confluyan en un punto.

→ Ejemplo de imagen virtual: lupa

Condiciones para formar imágenes:

Considerando un sistema óptico cualquiera, con el objeto a la izquierda y la imagen se forma a cierta distancia de la cara derecha.



todos los rayos que parten de un mismo punto del objeto confluyen en un mismo punto a la salida (punto imagen)

En lo que a la matriz del sistema, $\bar{M}^A$, se refiere, debe ser

$$x_2 = f(x_1) \neq J_1$$

$$\hookrightarrow x_2 = M_{11}^A x_1$$

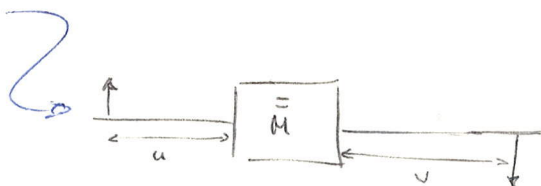
$$J_2 = M_{21}^A x_1 + M_{22}^A J_1$$

Condición: $\boxed{M_{12}^A = 0}$ en esta condición y la distancia u , después v , y si hay solución, el sistema es capaz de formar imagen

$\frac{x_2}{x_1} = M_{11}^A$ relación entre las tangentes relativas del objeto y la imagen:

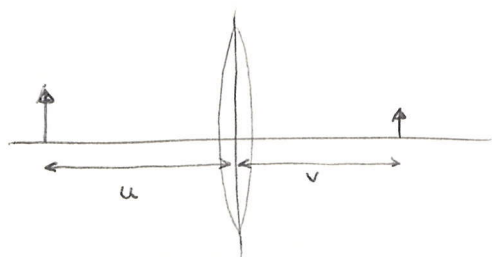
$$\boxed{M_{11}^A \equiv m_x} \quad \text{factor de aumento lateral}$$

si $m_x < 0 \Rightarrow$ imagen invertida



→ lente delgada:

$\bar{M}_A$: traslación - lente - traslación



$u > 0$: desde la lente hacia la izquierda

$v > 0$: desde la lente hacia la derecha

$$\bar{M}_A = \begin{bmatrix} 1 & v \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & u \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 - v/f & u - uv/f + v \\ -1/f & -u/f + 1 \end{bmatrix}$$

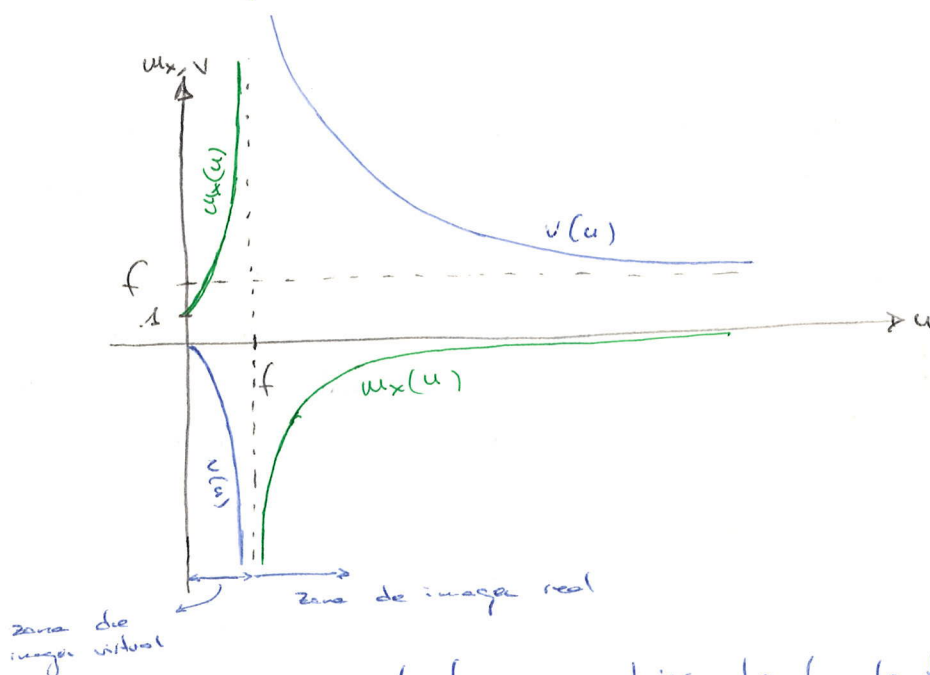
$$M_{12}^A = u - uv/f + v = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}} \quad \text{fórmula de Gauss}$$

$$\boxed{m_x = 1 - v/f} \quad \text{aumento lateral}$$

Despejando v de la fórmula de Gauss:

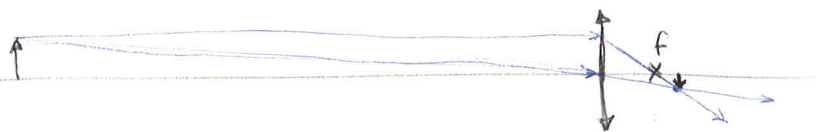
$$v = \frac{fu}{u-f} \rightarrow \boxed{m_x = \frac{f}{f-u}}$$

$\Rightarrow$ representación gráfica de v en función de u , suponiendo $f > 0$

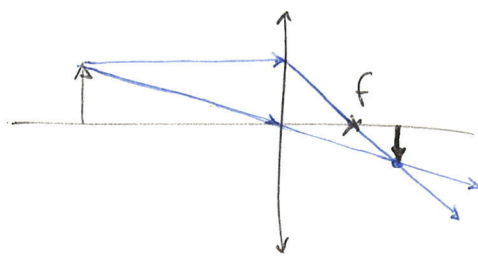


$\rightarrow u \rightarrow \infty$: objeto muy lejos de la lente

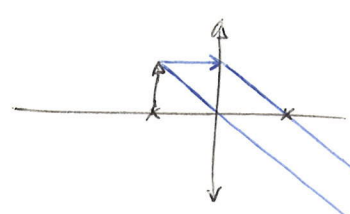
$\Rightarrow$ la imagen se forma cerca de la distancia focal, con poco aumento e invertida.



$\rightarrow$ ahora se acerca el objeto: la imagen se forma más lejos de la lente, ^{no} invertida y más grande _{virtual}

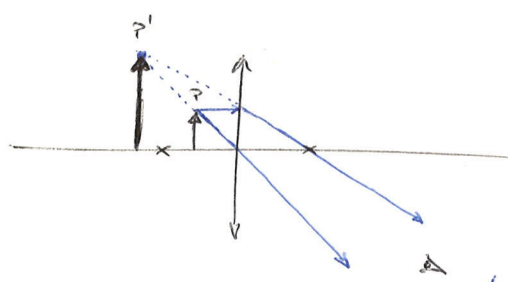


→ $u=f$: no existe solución $\Rightarrow$ no se forma imagen



los rayos son paralelos

→ $0 < u < f$: ahora sí se forma imagen, pero a una distancia negativa, aumentada y sin invertir

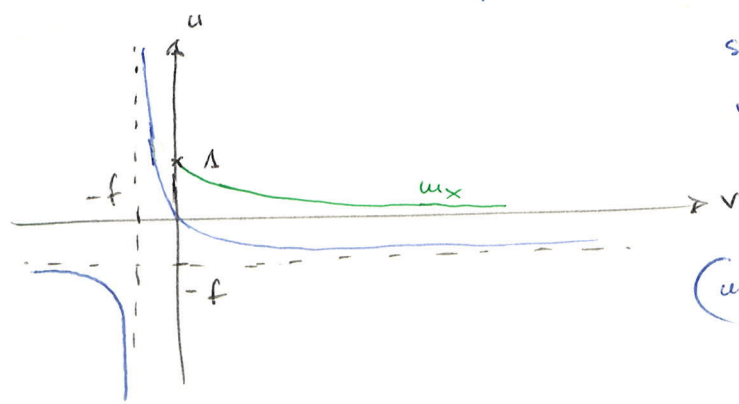


lupa: lente convergente que se usa observando los objetos entre el foco y la lente

los rayos parecen divergir desde un mismo punto $\rightarrow$ imagen virtual

Esto es para lentes convergentes.

Pregunta: hacerla para lentes divergentes



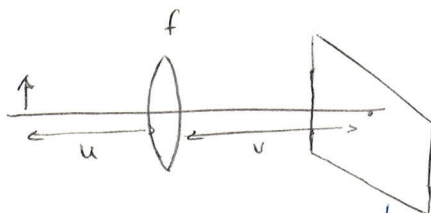
siempre forma imágenes virtuales y reducidas

(negativa: lente divergente)

• aplicaciones:

→ enfoco en fotografía:

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$

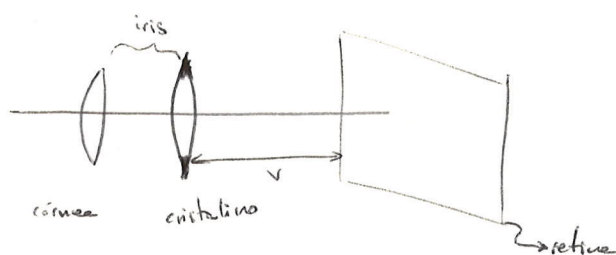


que las imágenes de los objetos se forman en la pantalla

f es fijo → para enfocar objetos

más cerca o más lejos hay que variar v

→ enfoco del ojo:



la córnea es fija, mientras que el cristalino está sujeto por un músculo en su periferia.

- v es fijo, por lo que el enfoco (acomodación) se consigue variando la distancia focal:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

- el músculo comprime o estira el cristalino, variando su curvatura

- distancia de objetos que se pueden enfocar:



$$u_{\min} \Rightarrow f_{\min} \Rightarrow R_{\min}$$

punto cercano $\approx 12\text{cm}$

$$u_{\max} \Rightarrow f_{\max} \Rightarrow R_{\max}$$

punto lejano $\rightarrow \infty$

- defectos de la vista:

2º miopía: la curvatura del sistema óptico es mayor de la
correcta ($R \downarrow$)



sobra potencia óptica

no se ve bien de lejos

$$P = P_1 + P_2 \quad \left(\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \right) \Rightarrow \text{corregir: otra lente con potencia negativa (divergente)}$$



en las gafas se usan lentes
de menisco

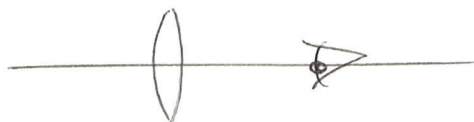
2º hipermetropía: la curvatura es menor ($R \uparrow$) (AKA presbicia)



no se ve bien de cerca

ocurre, inevitablemente,
con la edad, a
perder flexibilidad
el cristalino

falta potencia óptica $\Rightarrow$ corregir: una lente con potencia
positiva (convergente)



2º ambas:



no se ve bien de cerca ni de lejos

Corrección:

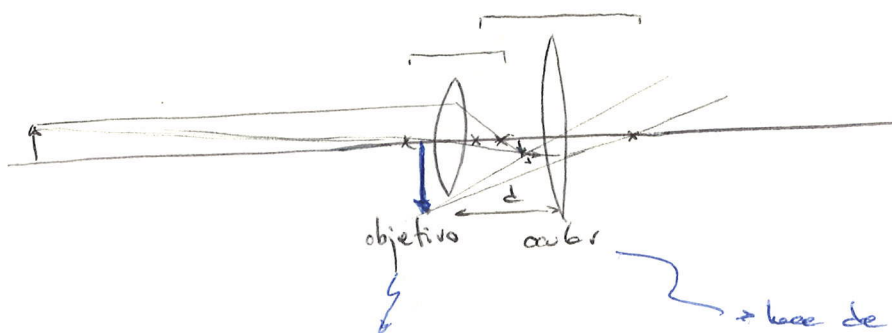
- 2 gafas (un tiempo)
- bifocales (2 lentes)
- progresivas (cambian gradualmente de convergente a divergente)

estas defensas no afectan a la simetría de revolución de la córnea y el cristalino

2º astigmatismo: la córnea no tiene simetría de revolución

corrección: lente cilíndrica

→ telescopio / prismáticos o microscopio:

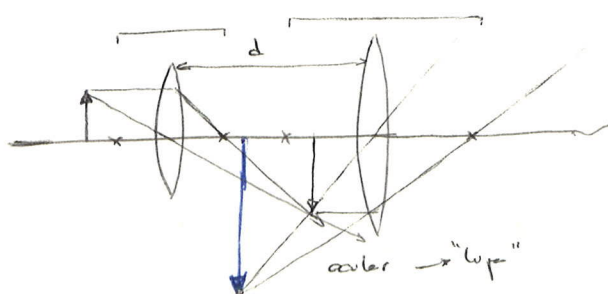


telescopio: 2 lentes convergentes

$$d < f_1 + f_2$$

forma una imagen invertida y muy reducida

los prismáticos añaden unas prismas para poner derecha la imagen



microscopio: el objeto un poco más allá de la distancia focal

$$d > f_1 + f_2$$

• aberraciones:

Hasta ahora hemos supuesto:

- aproximación paraxial
- n constante con λ

en la práctica:

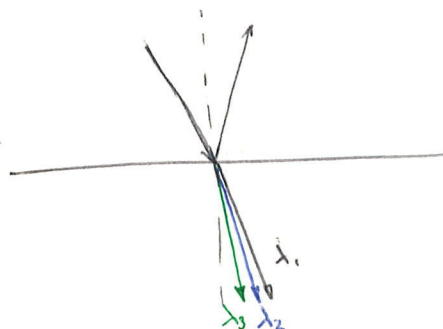
- los rayos que no cumplen la aproximación paraxial también participan
- n depende de λ

Esto hace que la imagen que realmente se forma y la que se predice en la aproximación sean diferentes $\equiv$ ABERRACIÓN

Las diferencias debidas a los rayos no paraxiales se llaman aberraciones geométricas, mientras que las debidas a $n(\lambda)$ se llaman aberraciones cromáticas

$n(\lambda)$ 

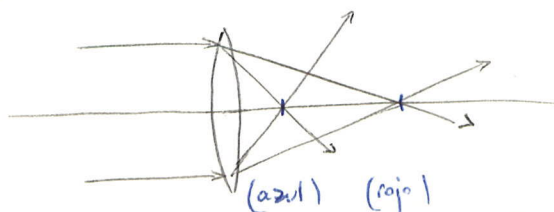
$$n_1(\lambda) \sin \theta_i = n_2(\lambda) \sin \theta_t$$



Esto explica la separación de la luz blanca en un prisma



En una lente, lo que tenemos es una distancia focal para cada $\lambda \Rightarrow$ al formar una imagen no se consigue enfocar todos los colores

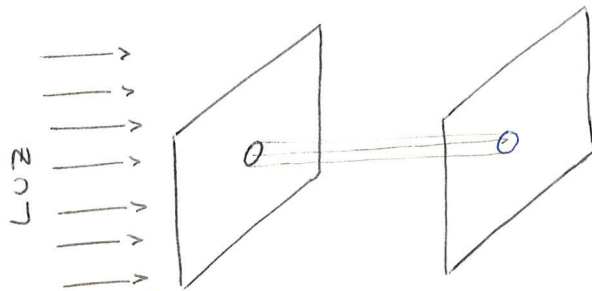


(el rojo es el que menos se curva)

Entre las observaciones empíricas: doblete acústico

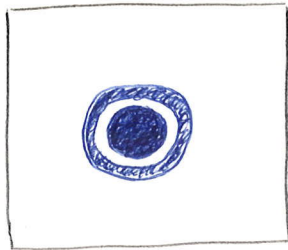
2.3- ÓPTICA ONDULATORIA: DIFRACCIÓN

Apertura circular:

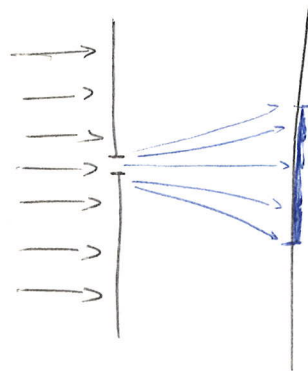


según la óptica geométrica, se proyectaría un círculo igual que el agujero

si el tamaño de la apertura es muy pequeño comparado con λ ocurre algo muy distinto

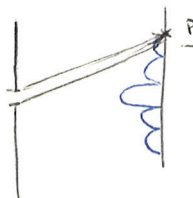


(el círculo central > que la apertura)



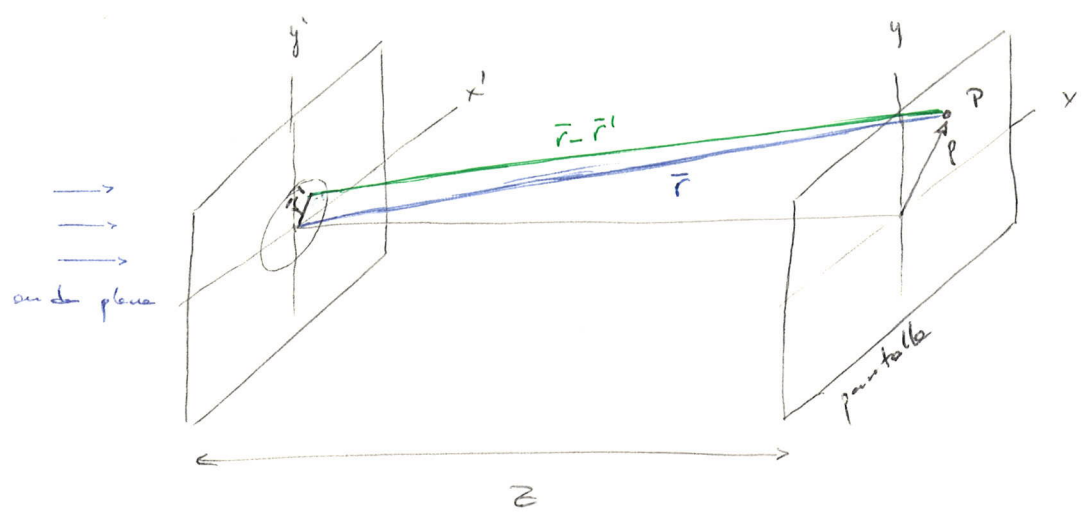
- Este fenómeno se llama DIFRACCIÓN: cuando una onda electromagnética es capaz de bordear obstáculos.
- Ocurre siempre que haya obstrucción parcial de un frente de onda
- Solo es apreciable cuando el tamaño del objeto es menor que la longitud de onda, o comparable

La difracción es un fenómeno de interferencia $\Rightarrow$ ondulaciones



los frentes de onda pueden llegar desfasados

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} ; \phi = \beta \cdot d = \frac{2\pi}{\lambda} d$$



Veamos qué ocurre en puntos cercanos al eje óptico en la pantalla.

- Suposición: la luz que incide tiene polarización lineal
 $\Rightarrow$ el campo que incide sobre la pantalla en puntos cercanos al eje también tiene polarización lineal

Por tanto, en las ecuaciones no necesitamos considerar la dirección de los vectores $\Rightarrow$ campos escalares

Este es la aproximación de la óptica ondulatoria:

- $\rightarrow$ tener en cuenta la naturaleza electromagnética de la luz pero considerando los campos escalares.

- $E_t(x', y')$ = campo transversal que incide sobre la apertura (onda plana)

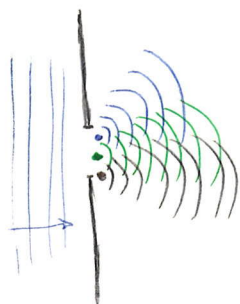
- campo a una determinada distancia de la apertura:

$$E(x, y, z) = \frac{i}{\lambda} \iint_S \frac{E_t(x', y')}{|r - r'|} e^{-j\beta|r - r'|} dx' dy'$$

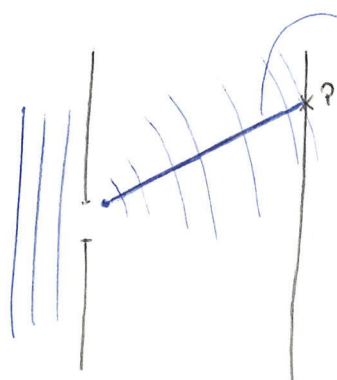
$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$$

S = superficie de la apertura

Este equivale al principio de Huygens: cualquier punto de un frente de onda se puede considerar como generador de un frente de onda esférico



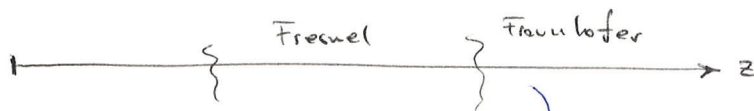
el campo en cada punto es superposición de todos los frentes de onda



(onda esférica: campo decrece como $1/r$)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{E_t(x', y')}{|r - r'|} \text{ es amplitud} \\ e^{-j\beta|r - r'|} \text{ es fase} \end{array} \right.$$

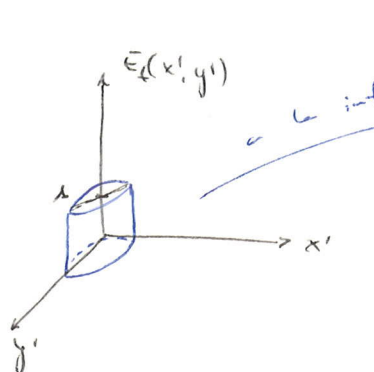
La integral permite una aproximación: campo lejano (o zona de Fraunhofer):



$$z \gg \frac{\pi D^2}{\lambda}$$
 $D \equiv \text{diámetro de la apertura}$

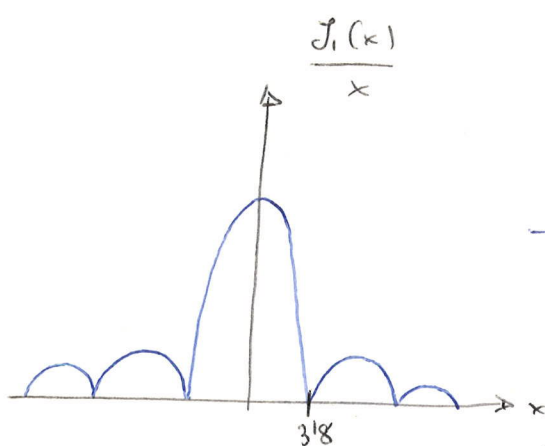
$$E(x, y, z) = \frac{e^{-j\beta z} e^{-j\frac{\beta}{2z}(x^2 + y^2)}}{j\lambda z} \iint_S E_t(x', y') e^{j\frac{\beta}{2}(xx' + yy')} dx' dy'$$

- caso particular: apertura circular uniformemente iluminada



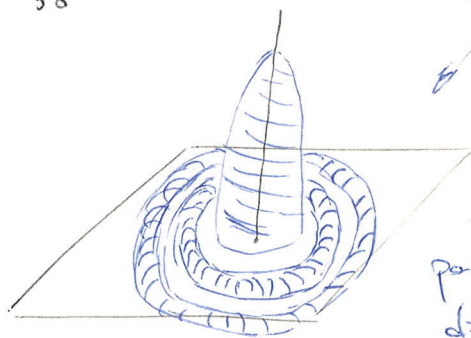
$$|E|^2 \propto \left(\frac{J_1\left(\frac{\beta a}{z} \rho\right)}{\frac{\beta a}{z} \rho} \right)^2$$

potencia de luz de la apertura

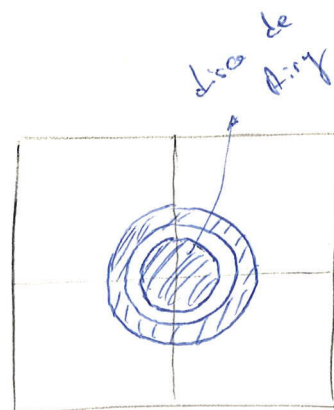


$$a = \frac{D}{2}$$

→ este resultado tiene simetría de revolución $\Rightarrow$ no depende del ángulo



→ patrón de difracción



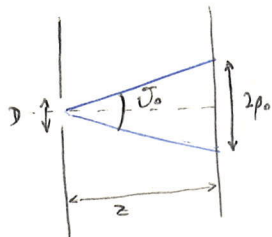
- a este patrón (apertura circular uniformemente iluminada) se le llama patrón de Airy
- los cambios de iluminación no son bruscos, sino graduales
- Disco de Airy: su radio es ρ_0

$$\rho_0 / \frac{J_1(x)}{x} = 0 \quad \text{si } x = 3.18, \quad x = \frac{\beta a}{z} \rho = 3.18$$

$$\left| \rho_0 = 1.22 \frac{\lambda}{D} z \right| \quad \text{siempre que } z \gg \frac{\pi D^2}{\lambda}$$

• conforme se estrecha la apertura, el radio del disco crece. Sin embargo, también el nivel de campo decrece.

• ángulo de divergencia: (divergencia del haz)



$$\frac{\theta_0}{2} \approx \frac{\rho}{z} \quad (2\rho \gg D)$$

$$\boxed{\theta_0 = 1.22 \frac{\lambda}{D}} \quad \text{siempre que } z \gg \frac{\pi D^2}{\lambda}$$

$\lambda \gg D \Rightarrow \theta_0 \rightarrow 0$: los rayos tienden a propagarse en línea recta, que es lo que predice la óptica geométrica

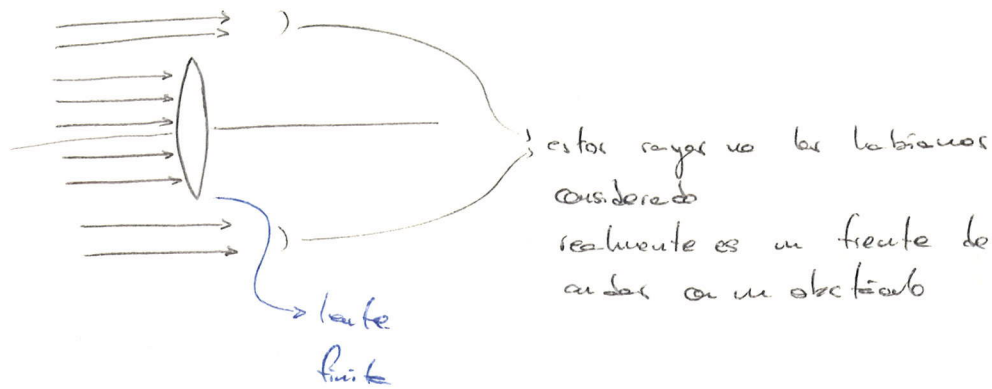
→ Similitud con las antenas: si queremos directividad elevada, hay que hacer la antena muy grande comparada con la longitud de onda. Con luz se pueden conseguir directividades muy elevadas



lente $\equiv$ obstáculos en un frente de onda
difracción $\Leftrightarrow$ obstáculos

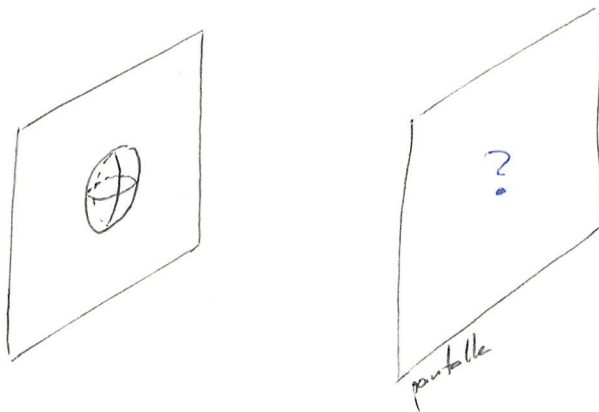
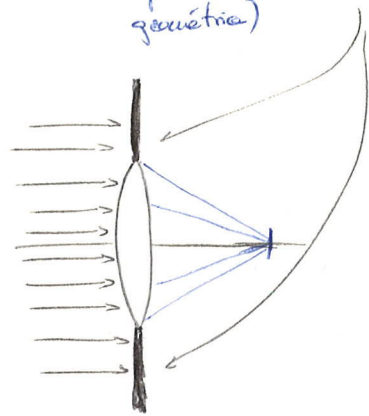
las lentes son finitas, y hasta ahora las habíamos considerado infinitas. Ahora que consideramos la difracción en ellas

- Poder Resolutivo de una Lente



$$\text{lente finita} \equiv \text{lente (opt. geométrica)} + \text{apertura circular}$$

con la óptica geométrica, el haz de rayos paralelos se proyecta sobre el foco, pero lo que es una pantalla coloca un punto



¿Cómo se resuelve? Ahora la ecuación es

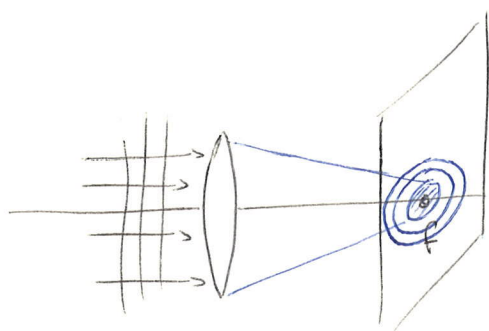
$$E'_t(x', y') = E_t(x', y') \cdot T(x', y')$$

contribuye a el resuelto circular

efecto de la lente (función de transferencia)

La función de transferencia de la lente es lo el efecto que tiene la lente sobre las ondas electromagnéticas, no sobre los rayos.

Reteniendo a la integral: lo que antes corría en campo lejano, corre ahora en el foco de la lente (patrón de Airy)



Zona de Fraunhofer $\rightarrow$ distancia focal

- Según la óptica geométrica, la imagen de un punto es otro punto a la distancia focal (objeto a mucha distancia)
- En la práctica, la imagen de un punto muy lejano es un círculo, el patrón de Airy, con radio

$$\boxed{\rho_0 = 1.22 \frac{\lambda}{D} \cdot f} \quad \text{resolución de la lente}$$

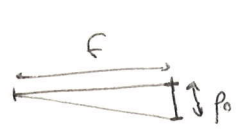
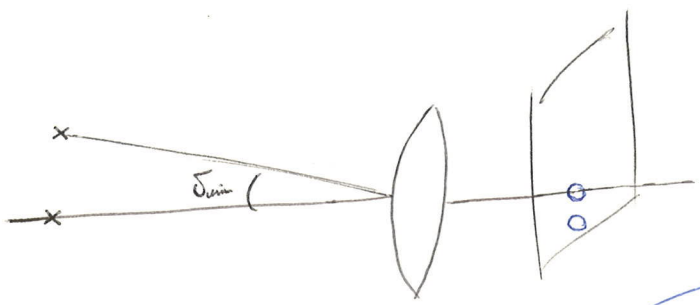
- la lente "pinta la imagen con una brocha gorda"
- la resolución limitada es inevitable siempre que procesemos un frente de onda
- cuanto mayor sea la lente, menor es ρ_0 y por tanto mayor la resolución

$D \uparrow \uparrow \Rightarrow$ mayor resolución

$\lambda \downarrow \downarrow (f \uparrow \uparrow) \Rightarrow$ mayor resolución (microscopios electrónicos)

Otra forma de medir el poder de resolución:

→ límite de resolución angular: ángulo mínimo que debe separar a los puntos lejanos para que sus imágenes sean distinguibles → criterio para ver cuándo son distinguibles



separación mínima = radio (p_0)

$$\theta_{min} \approx \frac{p_0}{f} = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$

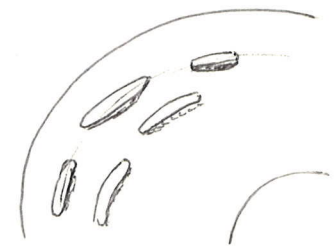
ejemplo: ojo humano → pupila: $D=2mm$ (variable)
 $\lambda=550nm$

$\theta_{min} \approx 0.02^\circ$ → 2 puntos separados 3cm, a 100m de distancia del ojo

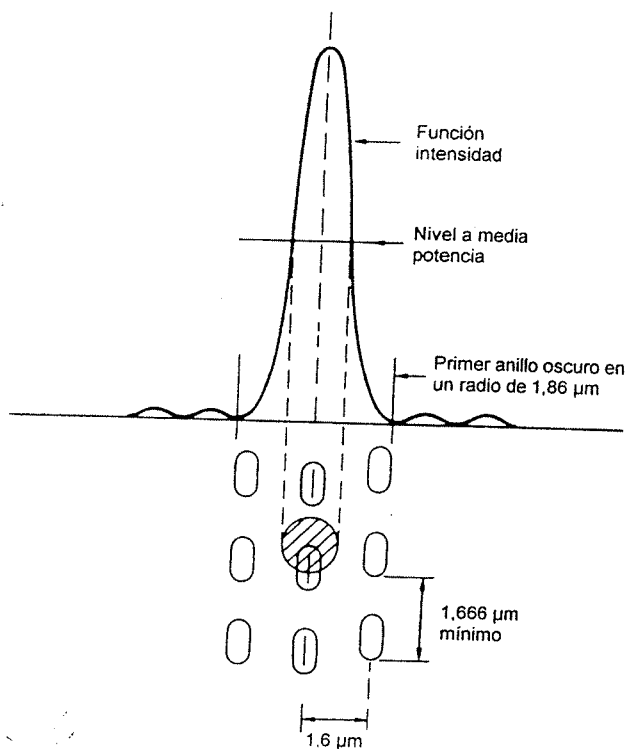
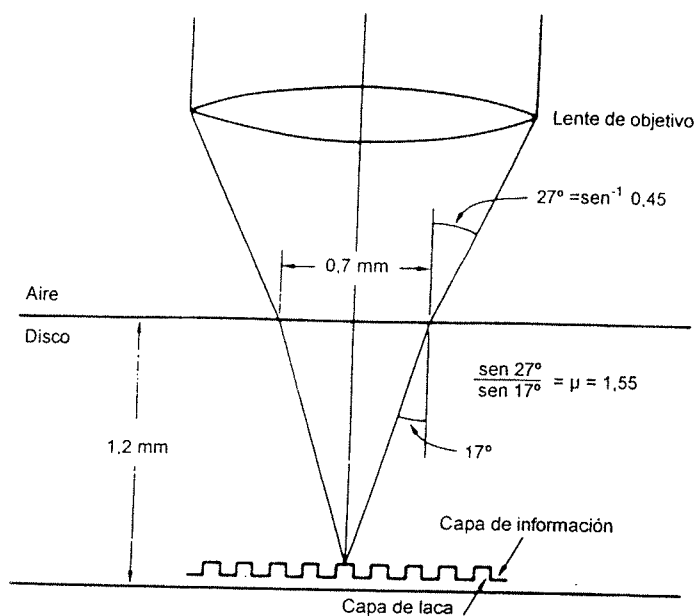
$p_0 \approx 6.700nm$

- punto más pequeño que se puede detectar sobre la retina
- separación media entre receptores de la retina

ejemplo: lectura CD

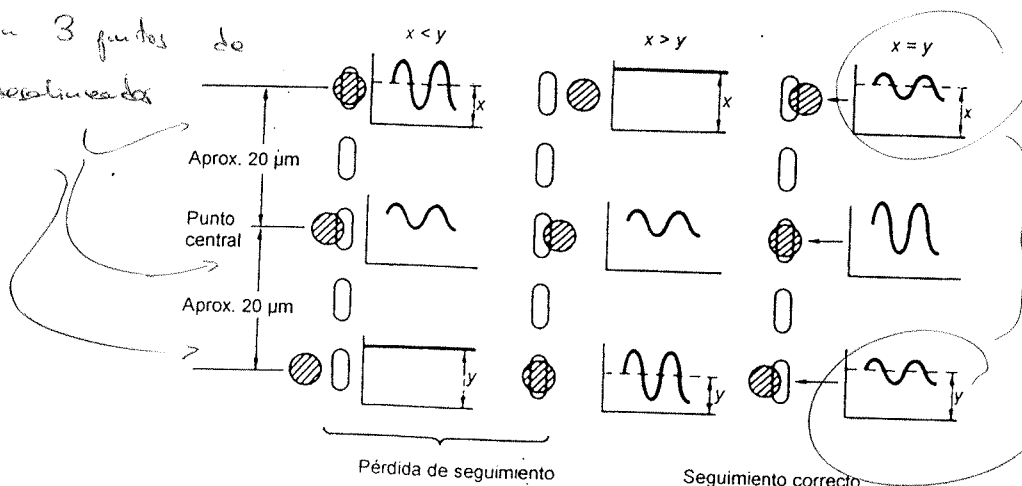


LECTURA CD



TRACKING

Se mandan 3 puntos de lectura desalineados



si estos son iguales, todo va bien

Espectro

Audio	Very Low Frequency (VLF)	Low Frequen. (LF)	Medium Frequen. (MF)	High Frequen. (HF)	Very High Frequen. (VHF)	Ultra High Frequen. (UHF)
-------	--------------------------------	-------------------------	----------------------------	--------------------------	--------------------------------	---------------------------------

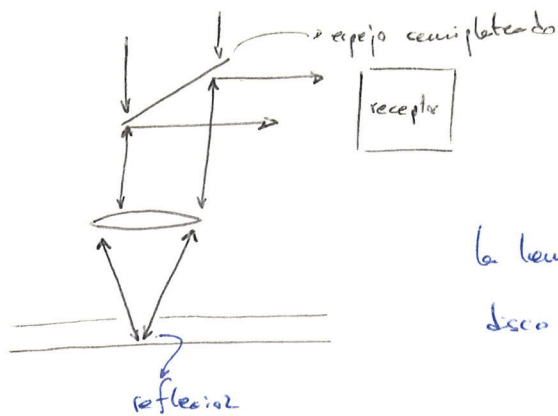
Frecuencia Hz 10^3 10^4 10^5 10^6 10^7 10^8 10^9

Longitud de onda 30 km 3 km 300 m 30 m 3 m 0.3 m

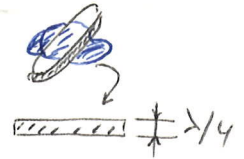


Microondas	Millimétricas	IR lejano	IR	Visible	Ultravioleta
Frecuencia Hz 10^{10}	10^{11}	10^{12}	10^{13}	10^{14}	10^{15}
Longitud de onda 30 mm 3 mm 300 μ m 30 μ m 3 μ m 0.3 μ m					

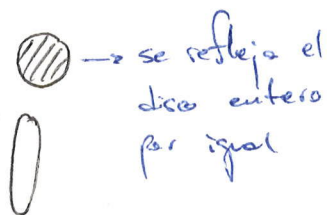
Fibra



la lente no proyecta un punto, sino un disco:



Si no hay abultamiento:



→ se refleja el disco entero por igual

Si hay abultamiento:



→ se refleja una parte desfasada $\lambda/2 \Rightarrow$ interferencia destructiva $\Rightarrow$ llega menos potencia

Aquí nos beneficiamos del mecanismo de la difracción. Si no hubiera difracción no funcionarían



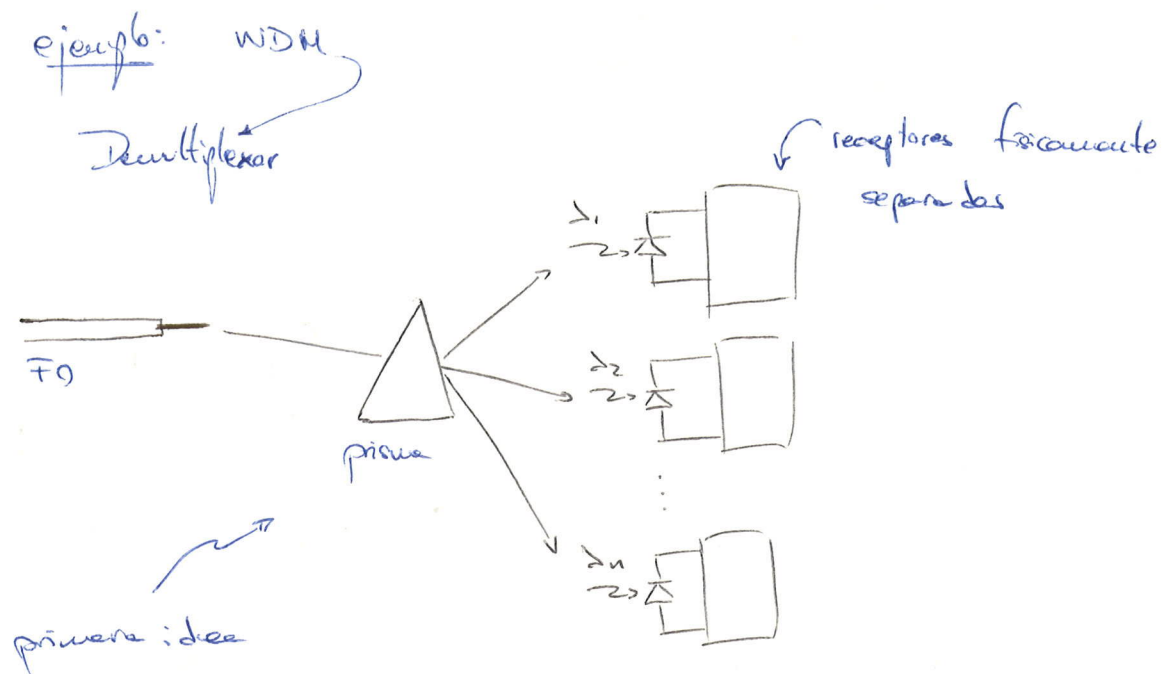
$16\mu m \equiv$ separación entre pistas

22188 pistas (6km)

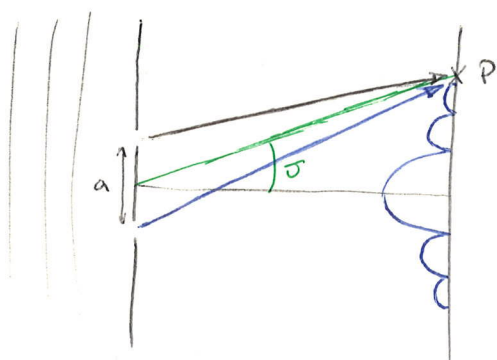
DVD: λ menor, D mayor $\Rightarrow$ disco de difracción

• separación entre pistas: $0.7\mu m$

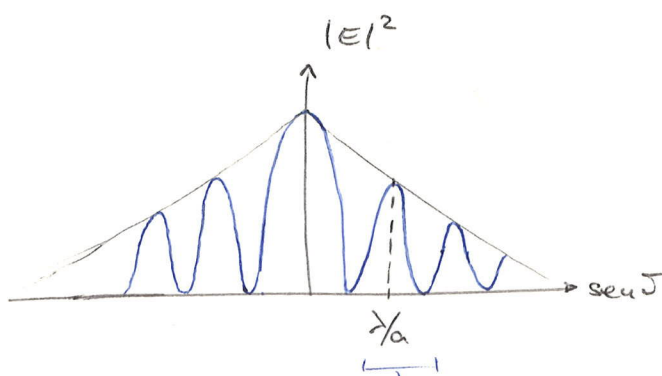
• también tienen hasta 2 capas de lectura en una cara ($\rightarrow$ capas semirreflectantes)



lo que se hace realmente: red de difracción

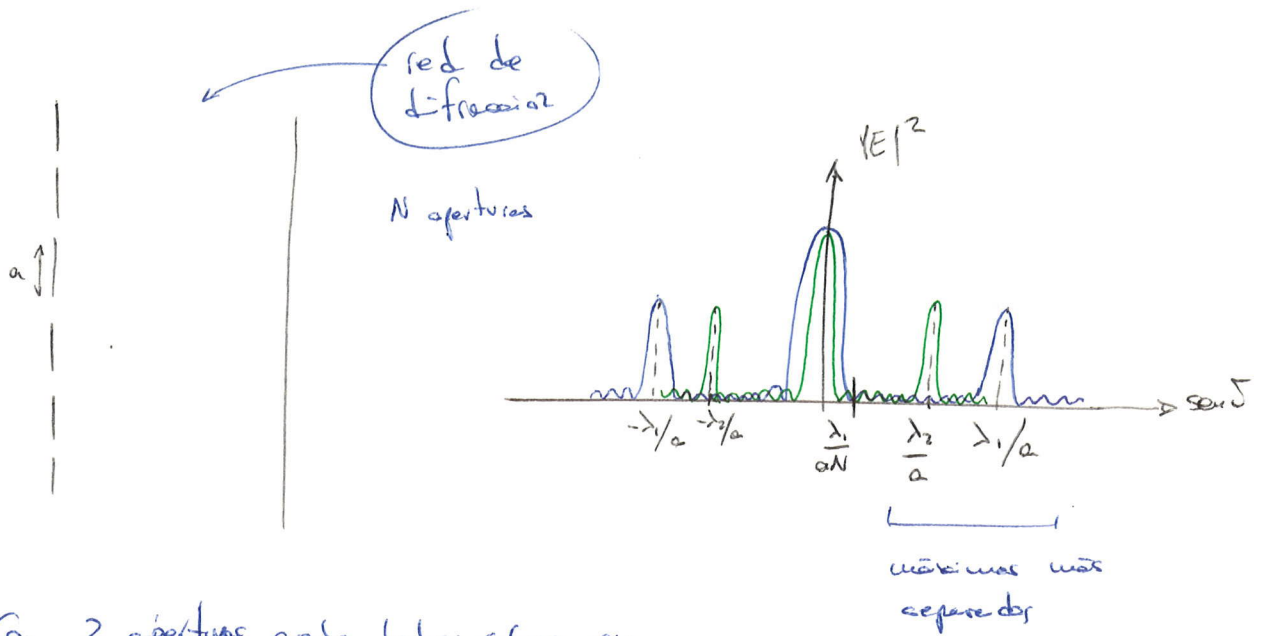


$\uparrow P \Rightarrow$ los puntos con diferencias de camino distintas (face, back)

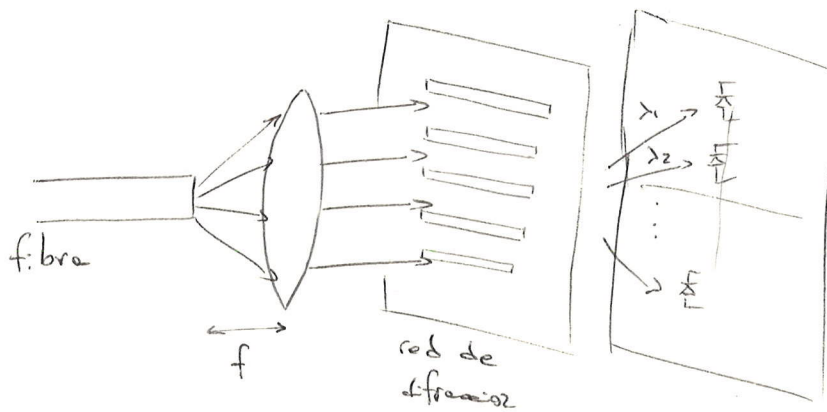


el ángulo del primer mínimo depende del color $\Rightarrow$ separar los componentes

En la práctica, se coloca un array de más aperturas ($\Rightarrow$ ↑ directividad)



Con 2 aperturas, puede haber solape en 2 λ distintos



2.4 - ÓPTICA ESTADÍSTICA: COHERENCIA DE UNA FUENTE DE LUZ

Medida cuantitativa del grado de parecido de la luz a una sinusoidal $\equiv$ COHERENCIA

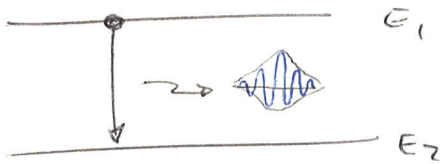
Una luz es coherente cuando se parece a una sinusoidal (coherencia)

Depende del mecanismo de emisión de la luz $\Rightarrow$ tener en cuenta las partículas (óptica cuántica): fotones

En la práctica nos interesan fuentes incoherentes, porque con un sistema WDM podemos meter más canales.

También nos interesa para la óptica coherente: modulaciones típicas de radiofrecuencia llevadas a frecuencias ópticas.

• Luz $\equiv$ superposición de fotones, que se generan bajo unas condiciones de excitación al descender un electrón de un nivel de energía a otro de energía inferior.



$$\boxed{\Delta E = h \cdot f} \quad h \equiv \text{constante de Planck}$$

superposición de fotones

El gráfico muestra una línea horizontal con una onda irregular y fragmentada que fluctúa arriba y abajo de la línea, representando la superposición de fotones. Una flecha horizontal hacia la derecha está etiquetada con 't'.

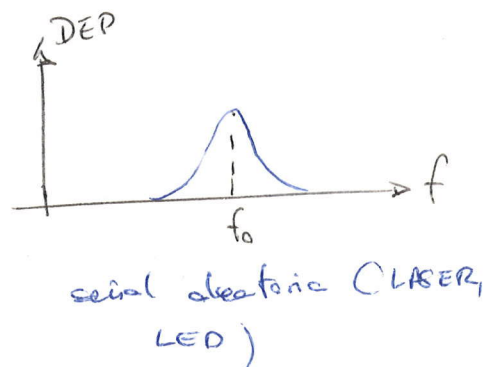
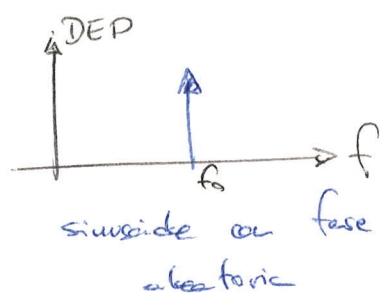
El valor que toma la función en cada instante no se puede predecir $\Rightarrow$ señal aleatoria
Esto es porque la generación de fotones es aleatoria

44

Medir el grado de parecido de una señal aleatoria a una sinusoidal? $\rightarrow$ correlación

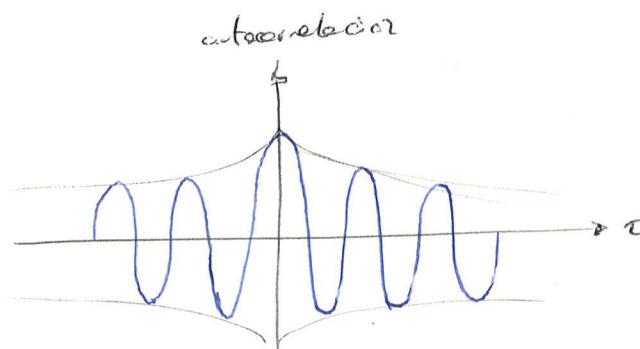
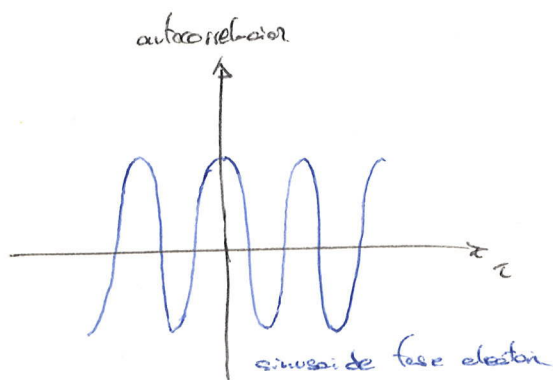
Podemos hacer la medida en el dominio del tiempo o en el de la frecuencia

• frecuencia:



$\rightarrow$ una medida posible: ancho de banda o 3dB (Δf)

• tiempo: en la práctica se usa mucho el resultado que se obtiene aquí



$$A \cos(\omega t + \phi) \rightarrow \frac{A}{2} \cos \omega \tau$$

$\swarrow$ aleatoria $\downarrow$ autocorrelación

Función de Coherencia
de la fuente de luz (generalmente normalizada)

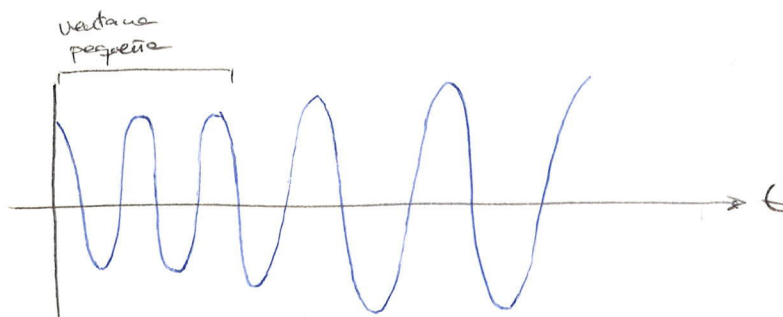
$\rightarrow$ parámetro: tiempo de decaimiento (τ_c) o tiempo de coherencia de la fuente de luz. Es la constante de tiempo del amortiguamiento que sufre la función de coherencia.

Si τ_c es grande, el decaimiento es lento, por lo que la luz se parece más a la sinusoidal

$$\Delta f \propto 1/\tau_c$$

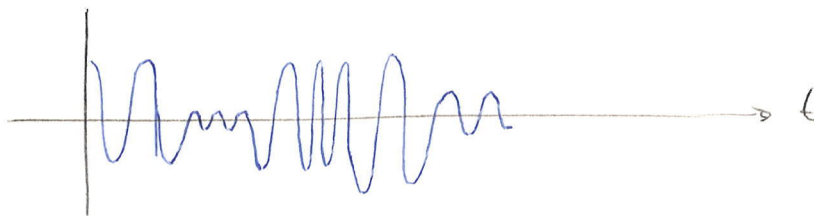
→ diferentes criterios para definir τ_c y Δf
donador de

→ τ_c = ventana de tiempo en la que se puede considerar la luz como sinusoidal



con una ventana muy pequeña
no se aprecia la coherencia
⇒ la longitud hasta que nos damos
cuenta de que no es una
sinusoidal es alta

$\tau_c \uparrow$

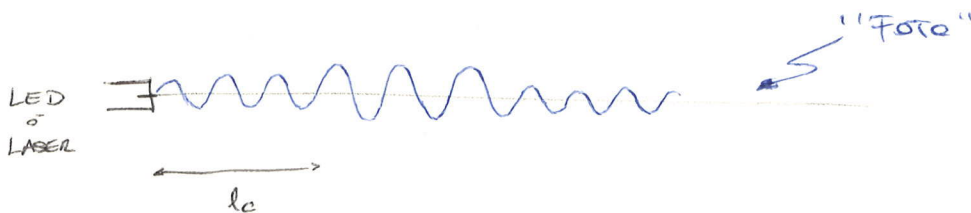


$\tau_c \downarrow$

→ longitud de coherencia:

$$l_c = \tau_c \cdot c_0$$

distancia en la que la luz es aproximadamente
sinusoidal



Para hacer un experimento (interferencia, difracción, ...), necesitamos un frente con l_c mayor que las dimensiones del experimento.

Ejemplo: datos numéricos

	anchoa espectral	longitud de coherencia
Bombilla		700 nm
LED	20 THz	15 μ m
Láser monomodo	1 GHz	30 cm
láser de teñimiento distribuido	50 MHz	6 m
láser con cavidad externa	50 kHz	6 km

no es
nivel adecuado
para comunicaciones
ópticas, si en
laboratorios

Ejemplo: en el sistema IM/DD la longitud de coherencia no influye, ya que se trata de un sistema incoherente (detección de intensidad)

Si usásemos una modulación en frecuencia, sí que habría que tener en cuenta la coherencia de la luz.

- Factores que determinan la coherencia:

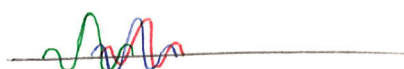
1- Mecanismo de emisión: es los dispositivos que se usan en la práctica Ley 2

a) Emisión estimulada (Láser): los fotones tienden a encajar en fase



⇒ mayor coherencia

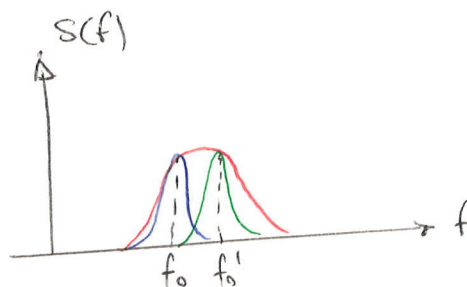
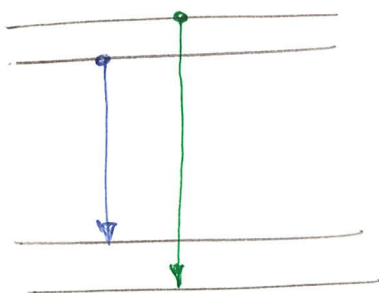
b) Emisión espontánea (LED): los fotones no encajan en fase



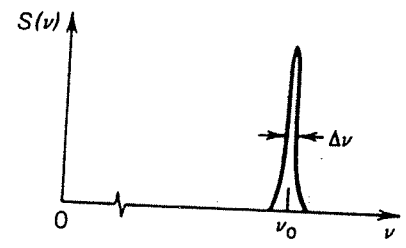
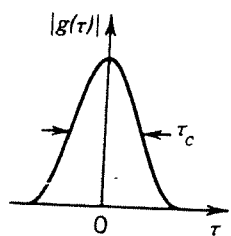
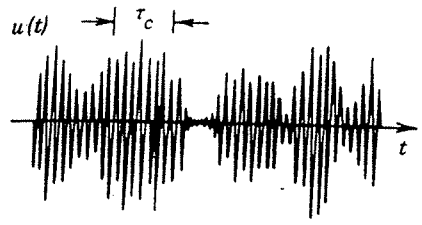
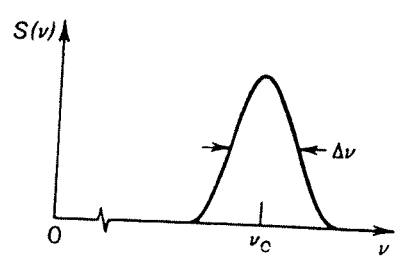
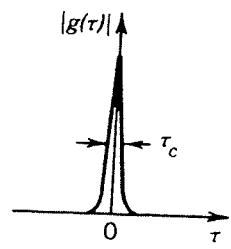
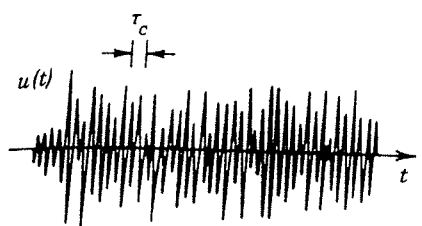
⇒ menor coherencia

La veremos en Gen. Óptica 2

2- Niveles cuánticos: el rango de niveles cuánticos que participan



COHERENCIA DE UNA FUENTE DE LUZ



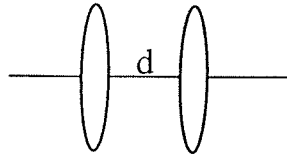
$\tau_c \equiv$ tiempo de coherencia

COMUNICACIONES ÓPTICAS 1. DPTO INGENIERÍA DE COMUNICACIONES
EJERCICIOS DE ÓPTICA GEOMÉTRICA

× **EJERCICIO 1**

Considérese un sistema óptico formado por dos lentes delgadas convergentes de distancias focales f_1 y f_2 separadas una distancia 'd'.

- Determinar la matriz del sistema.
- Demostrar que para $d=0$, el sistema equivale a una sola lente delgada. Calcular la distancia focal de dicha lente equivalente.

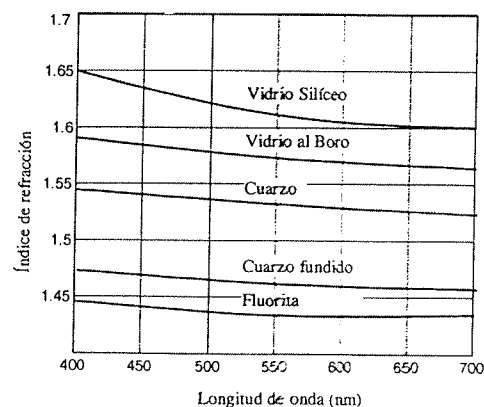
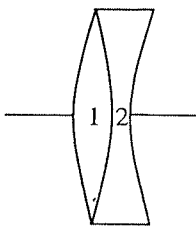


Solución: b) $1/\text{distancia focal} = 1/f_1 + 1/f_2$

× **EJERCICIO 2**

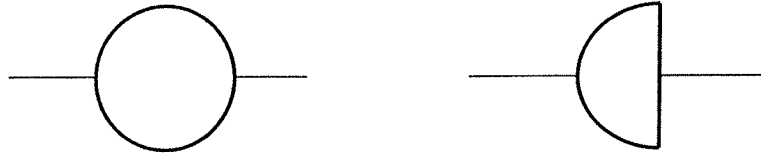
Un doblete acromático es un sistema óptico compuesto por una lente convergente y otra divergente. Un ejemplo especialmente sencillo de analizar es el representado en la figura donde todos los radios de las superficies refractantes son iguales. Ambas lentes están fabricadas con vidrios de diferente índice de refracción, n_1 y n_2 . Demostrar que el sistema óptico se comporta como una lente delgada libre de aberración cromática si se supone $n_1(\lambda) - n_2(\lambda) \approx \text{constante}$ como parece lógico admitir, en primera aproximación, a partir de la gráfica de $n(\lambda)$ frente a λ correspondiente a distintos tipos de vidrio.

Nota: Admitir que existe una capa de aire de grosor despreciable entre ambas lentes



✖ EJERCICIO 4

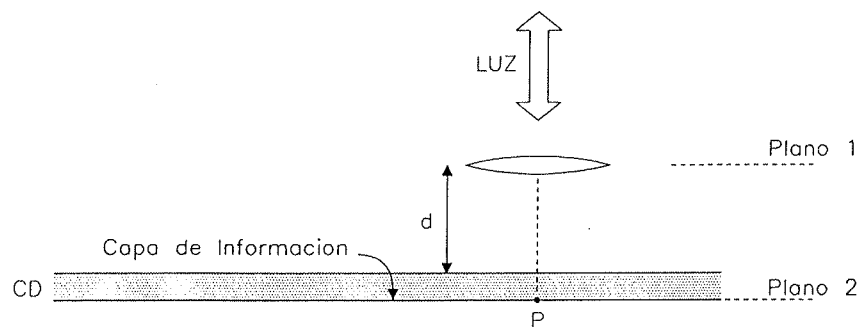
Para mejorar la eficiencia en la inyección de potencia óptica en una fibra, se suele acudir a algún tipo de sistema óptico focalizador. Una posibilidad interesante por sus características mecánicas es el uso de una pequeña esfera de cristal. Determinar, bajo la aproximación paraxial, la distancia a la que se colima un haz de rayos paralelos incidentes sobre la esfera. Repetir los cálculos para el caso de una semiesfera.



Solución: distancia desde cara derecha (esfera) $= R(2-n)/2(n-1)$;
 distancia desde cara derecha (semiesfera) $= R/n(n-1)$;

✖ EJERCICIO 5

Un lector de Compact Disc utiliza una lente convergente para focalizar la luz procedente de la fuente láser en la capa del disco donde está la información, tal y como se muestra en la figura. (Como se puede observar, la lectura tiene lugar a través del grosor del disco).



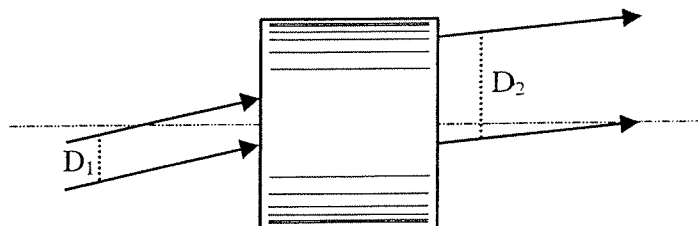
- Teniendo en cuenta que, a efectos ópticos, el disco se comporta como una lámina dieléctrica plana de índice de refracción ' n ' y grosor ' g ', calcular la matriz que caracteriza su comportamiento óptico. (Suponer aproximación paraxial).
- Calcular la matriz del sistema óptico de la figura entre los planos 1 y 2, suponiendo que la lente es delgada, con distancia focal ' f ', y está colocada a una distancia ' d ' de la superficie del disco. ¿A qué distancia debe encontrarse la lente para que un haz de rayos paralelos sea focalizado en el punto 'P' (capa de información) ?.

Solución: b) $d = f - g/n$

× EJERCICIO 3

Un expansor de haz es un sistema óptico muy utilizado capaz de transformar una haz de rayos paralelos de diámetro D_1 en otro haz de rayos también paralelos con diámetros D_2 , mayor que D_1 , como se muestra en la figura. Como se observa, el ángulo de salida es, en general, distinto al de entrada.

- Encontrar la condición que debe cumplir la matriz de un sistema óptico para que pueda comportarse como un expansor de haz.
- Se sabe que puede construirse un expansor de haz con dos lentes convergentes (que se consideran delgadas), de distancias focales f_1 y f_2 respectivamente. Encontrar la separación que debe existir entre las dos lentes.
- Para el caso habitual de un haz incidente paralelo al eje óptico, calcular el coeficiente de expansión, $K = D_1/D_2$ y representar gráficamente la evolución de este haz a través del expansor del apartado b).
- Repetir la representación para el caso de construir el expansor con una lente divergente y otra convergente, de distancias focales f_1 y f_2 respectivamente, con $|f_1| < |f_2|$.



Solución: a) $M_{21}=0$; b) separación = $f_1 + f_2$; c) $K = -f_2/f_1$;

✶ EJERCICIO 6

Considérese un cilindro de plástico de índice de refracción n_1 . Determinar la condición que debe cumplir un rayo que incide desde el exterior sobre la sección transversal del tubo para que quede atrapado en el interior por reflexión total. Hacer los cálculos para dos casos: a) medio circundante aire y b) medio circundante de índice de refracción genérico n_2

Nota: Considerar únicamente rayos cuya trayectoria está incluida en un plano que contiene al eje del cilindro (rayos meridionales).

Solución: a) $0 < \theta < \arcsen \sqrt{(n_1^2 - 1)}$; b) $0 < \theta < \arcsen \frac{1}{n_2} \sqrt{(n_1^2 - n_2^2)}$

donde θ es el ángulo de incidencia del rayo respecto al eje del cilindro

✶ EJERCICIO 7

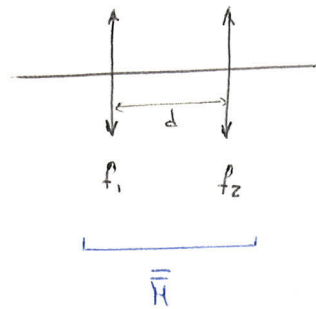
Dos lentes convergentes de distancias focales 40 cm y 60 cm están separadas 20 cm.

- a) ¿Dónde debe situarse un objeto si su imagen se va a proyectar sobre una pantalla situada 45 cm detrás de la segunda lente?
- b) Si se pretende obtener en la pantalla una imagen invertida del tamaño doble del original, ¿dónde colocaría la pantalla y el objeto?.

Solución: a) A 50 cm de la primera lente b) El objeto a 35 cm de la primera lente y la pantalla a 75 cm de la segunda

EJERCICIOS - ÓPTICA GEOMÉTRICA

1.



a) Matriz del sistema

$$\bar{L}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_1 & 1 \end{bmatrix} \quad \bar{L}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_2 & 1 \end{bmatrix}$$

distancia $d \Rightarrow$ trasladar: $\bar{T} = \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\bar{M} = \bar{L}_2 \cdot \bar{T} \cdot \bar{L}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - d/f_1 & d \\ -\frac{1}{f_2} - \frac{1}{f_1} + \frac{d}{f_1 f_2} & 1 - \frac{d}{f_2} \end{bmatrix}$$

b) $d=0 \Rightarrow$ lente delgada

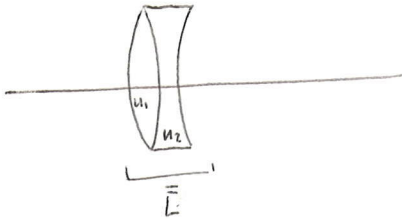
$$\bar{M}|_{d=0} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} & 1 \end{bmatrix}$$

Comprobable con la matriz de una lente, $\boxed{1/f = 1/f_1 + 1/f_2}$

2

(2)

Doblete asférico: lente convergente + divergente, $|R_1| = |R_2|$
 n_1, n_2 / $n_1(\lambda) - n_2(\lambda) \approx \text{cte}$



del problema anterior:

$$\bar{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} & 1 \end{bmatrix} \quad \text{y para } d \approx 0$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$$

fórmula del constructor de lentes: $\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$

$$\frac{1}{f_1} = (n_1 - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad \left| \begin{array}{l} R_1 = |R_2| = |R| \end{array} \right. = (n_1 - 1) \frac{2}{R}$$

$$\frac{1}{f_2} = (n_2 - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad \left| \begin{array}{l} R_1 = -R_2 = R \end{array} \right. = - (n_2 - 1) \frac{2}{R}$$

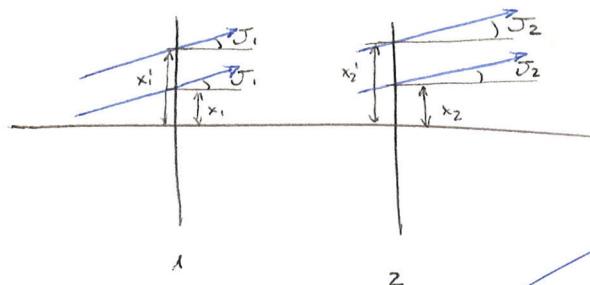
$$\frac{1}{f} = (n_1 - 1) \frac{2}{R} - (n_2 - 1) \frac{2}{R} = (n_1 - n_2) \frac{2}{R} = \underbrace{(n_1 - n_2 + 1) - 1}_{n'(\lambda)} \frac{2}{R}$$

Si $n_1(\lambda) - n_2(\lambda) \approx \text{cte}$, $n'(\lambda) \approx \text{cte}$

3

Expositor de luz: luz de rayos paralelos de diámetro D_1
 $\Rightarrow$ luz de rayos paralelos de diámetro D_2

a) Condición para que se comporte como un expositor de luz:

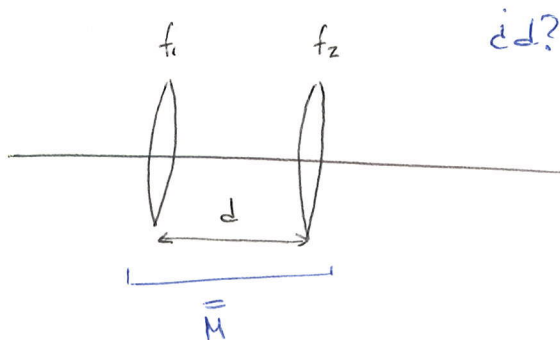


Para J_1 , debe salir en J_2 independientemente de x_1

$$\begin{cases} x_2 = M_{11}x_1 + M_{12}J_1 \\ J_2 = M_{21}x_1 + M_{22}J_1 \end{cases}$$

Para J_2 independiente de $x_1 \rightarrow \boxed{M_{21} = 0}$

b) 2 lentes convergentes delgadas, f_1 y f_2



$$\bar{M} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{d}{f_1} & d \\ -\frac{1}{f_2} - \frac{1}{f_1} + \frac{d}{f_1 f_2} & 1 - \frac{d}{f_2} \end{bmatrix}$$

$$M_{21} = -\left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}\right) + \frac{d}{f_1 f_2} = 0 \Rightarrow d = f_1 f_2 \left(\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}\right)$$

$$\boxed{d = f_1 + f_2}$$

c) Haz paralelos al eje. $K = D_1/D_2$

Paralelos $\Rightarrow D_1 = |x_1' - x_1|$, $D_2 = |x_2' - x_2|$, $J_1 = 0$

$$x_2 = M_{11}x_1$$

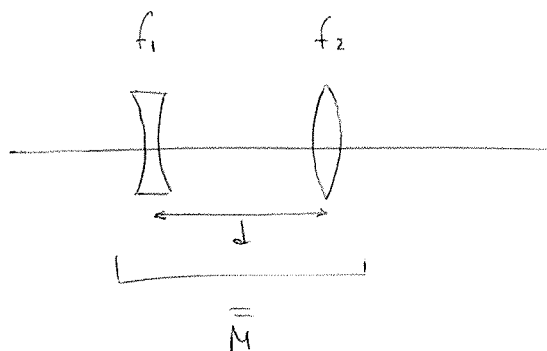
$$x_2' = M_{11}x_1'$$

$$|x_2' - x_2| = M_{11}|x_1' - x_1| = 0$$

$$\boxed{K = \frac{D_1}{D_2} = M_{11} = -\frac{f_2}{f_1}}$$

(el haz se invierte)

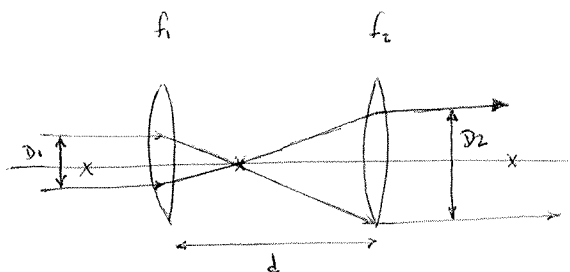
d) Repetir para lente divergente (f_1) y convergente (f_2)
 con $|f_1| < |f_2|$



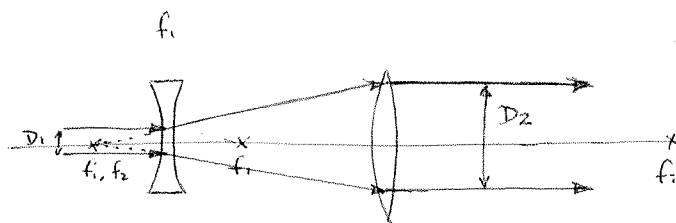
es lo mismo, pero ahora $f_1 < 1$

$$|d = f_1 + f_2| > 0 \text{ y se } |f_1| < |f_2|$$

Representación:



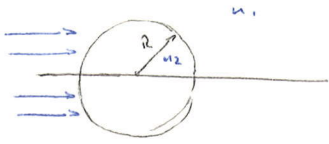
2 CONVERGENTES



DIVERGENTE - CONVERGENTE

(4)

a)



$$\begin{aligned} \bar{R}_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/R & n_1/n_2 \end{bmatrix} \\ \bar{R}_2 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/R & n_2/n_1 \end{bmatrix} \\ \bar{T} &= \begin{bmatrix} 1 & 2R \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ J_2 \end{bmatrix} = \bar{M} \begin{bmatrix} x_1 \\ J_1 \end{bmatrix} \rightarrow J_1 = 0 \Rightarrow \begin{aligned} x_2 &= M_{11} x_1 \\ J_2 &= M_{21} x_1 \end{aligned}$$

$$J_1 = \frac{n-1}{R} \quad p_2 = -\frac{1-n}{R}$$

$$\bar{M} = \bar{R}_2 \cdot \bar{T} \cdot \bar{R}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1-n}{R} & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2R \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1-n}{nR} & 1/n \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2n \\ \frac{1-n}{R} & \frac{2(1-n)+n}{2-n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1-n}{nR} & 1/n \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 + 2 \frac{1-n}{n} & \frac{2R}{n} \\ \left(\frac{1-n}{R} \right) + \frac{(2-n)(1-n)}{nR} & \frac{2-n}{n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2-n}{n} & \frac{2R}{n} \\ \frac{2-2n}{nR} & \frac{2-n}{n} \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{nR} (-1 + n + 2 + n^2 - 3n) = \frac{1}{nR} (2 - 2n)$$

$$-\frac{1}{f} = \frac{2-2n}{nR} \Rightarrow f = \frac{nR}{2n-2}$$

isto nos dá para uma
lente delgada, q
seu \$n \neq 1\$

$$\bar{M} \cdot \frac{u}{2-u} \Rightarrow -\frac{1}{f} = \frac{2-2u}{R} \cdot \frac{u}{2-u} \Rightarrow \boxed{f = R \frac{2-u}{2(1-u)} = D}$$

b)



$$R_2 = \infty \Rightarrow \bar{R}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & u \end{bmatrix}$$

$$\bar{M} = \bar{R}_2 \cdot \bar{T} \cdot \bar{R}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1-u}{uR} & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & R \\ 0 & u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1-u}{uR} & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 + \frac{R}{u} (1-u) & R \\ \frac{1-u}{u} & u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{u} & R \\ \frac{1-u}{u} & \frac{1}{u} \end{bmatrix}$$

$$-\frac{1}{f} = \frac{1-u}{u} \Rightarrow \boxed{f = \frac{R}{u(1-u)} = D}$$

Mejor:

$$a) \quad x_2 = \frac{2-u}{u} \cdot x_1$$

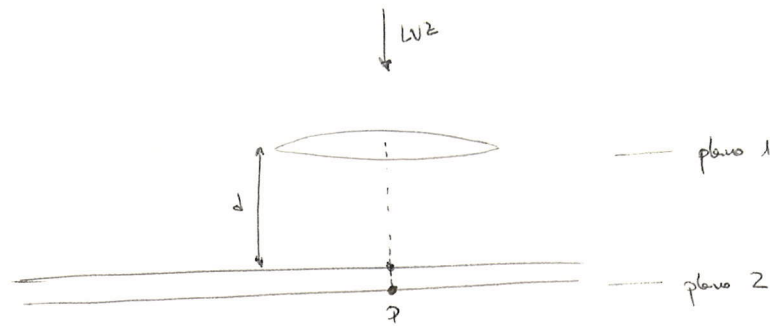
$$J_1 = 0 \quad \begin{cases} J_2 = \frac{2-2u}{uR} x_1 \end{cases} \Rightarrow \boxed{d = -\frac{x_2}{J_2} = R \frac{2-u}{2(1-u)}}$$

$$b) \quad x_2 = \frac{x_1}{u}$$

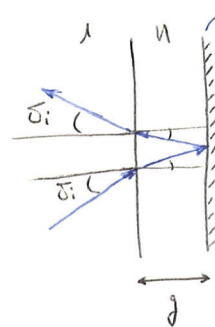
$$J_2 = \frac{1-u}{R} x_1$$

$$\Rightarrow \boxed{d = -\frac{x_2}{J_2} = \frac{R}{u(1-u)}}$$

5

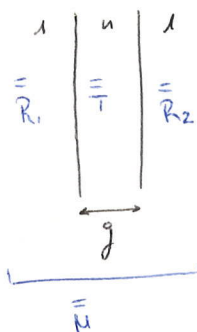


a) Disco = lámina dieléctrica plana: n y grosor g



(aprox. paraxial)

no tenemos en cuenta la superficie reflectante, ya que nos dicen "lámina dieléctrica"



$$R_1 = R_2 = \infty$$

$$\bar{R}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/n \end{bmatrix} \quad \bar{R}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix}$$

$$\bar{M} = \bar{R}_2 \bar{T} \bar{R}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & g \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/n \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & g \\ 0 & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & g/n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} 1 & g/n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

b) Lente delgada (f) a distancia d.

$$\bar{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{T}_2 = \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{M}_T = \bar{M} \bar{T}_2 \bar{L}$$

$$\begin{aligned}\bar{M}_T &= \begin{bmatrix} 1 & g/u \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & d+g/u \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 - \frac{d+g/u}{f} & d+g/u \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \\ \bar{M}_T &= \begin{bmatrix} 1 - \frac{d+g/u}{f} & d+g/u \\ -1/f & 1 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

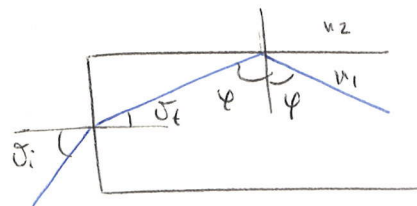
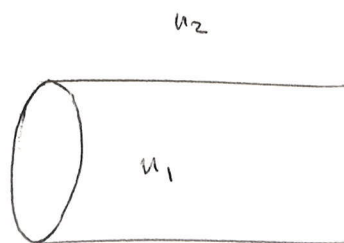
¿d para focalizar en punto F?

$$\delta_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 0 \longrightarrow \begin{bmatrix} x_2 \\ \delta_2 \end{bmatrix} = \bar{M}_T \begin{bmatrix} x_1 \\ \delta_1 \end{bmatrix}$$

$$x_2 = M_{11}x_1 + M_{12}\delta_1 \Big|_{\delta_1=0} = M_{11}x_1 = 0 \Rightarrow M_{11} = 0 = 1 - \frac{d+g/u}{f}$$

$$\longrightarrow f = d + g/u \Rightarrow \boxed{d = f - g/u}$$

6)



a) $u_2 = 1$

$$\sin \theta_i = n_1 \sin \theta_r$$

$$\sin \theta_i = n_1 \cos \varphi$$

$$\theta_r = 90^\circ - \varphi \Rightarrow \sin \theta_r = \cos \varphi$$

para reflexión total, φ es tal que

$$\sin \varphi_{\text{crit}} \geq \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{n_1}$$

$$\sin \tilde{\gamma}_i = n_1 \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} \Rightarrow \sin \tilde{\gamma}_{i, \max} = n_1 \sqrt{1 - \sin^2 \varphi_{\text{crit}}} = n_1 \sqrt{1 - \frac{1}{n_1^2}} = \sqrt{n_1^2 - 1}$$

$$0 < \sin \tilde{\gamma}_{i, \max} < \sqrt{n_1^2 - 1}$$

b) $n_2 \neq 1$: égal, mais dépend de n_2 :

$$n_2 \sin \tilde{\gamma}_i = n_1 \sin \tilde{\gamma}_t = n_1 \sin \varphi = n_1 \sqrt{1 - \sin^2 \varphi} = n_2 \sin \tilde{\gamma}_{i, \max} = n_1 \sqrt{1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}}$$

réflexion totale : $\sin \varphi_{\text{crit}} \geq \frac{n_2}{n_1}$

$$\sin \tilde{\gamma}_{i, \max} = \frac{n_1}{n_2} \sqrt{1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}} = \frac{1}{n_2} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

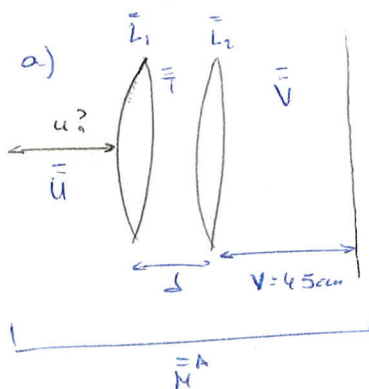
$$0 < \sin \tilde{\gamma}_{i, \max} < \frac{1}{n_2} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

7)

$$f_1 = 40 \text{ cm}$$

$$f_2 = 60 \text{ cm}$$

$$d = 20 \text{ cm}$$



$$\bar{V} = \begin{bmatrix} 1 & v \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{U} = \begin{bmatrix} 1 & u \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{T} = \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{L}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{L}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{M}^A = \bar{V} \bar{L}_2 \bar{T} \bar{L}_1 \bar{U} = \dots =$$

Problema de Ampliación de Física:

- combinación de lentes delgadas

$$\frac{1}{s_{o1}} + \frac{1}{s_{i1}} = \frac{1}{f_1} \quad ; \quad \frac{1}{s_{o2}} + \frac{1}{s_{i2}} = \frac{1}{f_2}$$

s_{o1} = distancia del objeto a la 1ª lente

s_{i1} = distancia de la imagen a la 1ª lente

s_{o2} = distancia de la imagen generada por la 1ª lente a la 2ª lente

s_{i2} = distancia de la imagen a la 2ª lente

$$s_{i2} = 45 \text{ cm}$$

$$f_2 = 60 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad s_{o2} = -180 \text{ cm}$$

$$\text{Obj: } s_{o2} = d - s_{i1} \Rightarrow \underline{s_{i1} = d - s_{o2} = 200 \text{ cm}}$$

$$\boxed{s_{o1} = 50 \text{ cm}}$$

b) Imagen invertida, tamaño doble

- Aumento transversal: $M_T = -\frac{s_i}{s_o} \rightarrow M_{T1} = -\frac{s_{i1}}{s_{o1}} ; M_{T2} = -\frac{s_{i2}}{s_{o2}}$

$$\text{Total: } M_T = M_{T1} \cdot M_{T2} = \frac{s_{i1}}{s_{o1}} \cdot \frac{s_{i2}}{s_{o2}} = -2$$

$$\frac{1}{s_{i1}} + \frac{1}{s_{o1}} = \frac{1}{f_1}$$

$$\frac{1}{s_{i2}} + \frac{1}{s_{o2}} = \frac{1}{f_2}$$

$$s_{o2} = d - s_{i1}$$

$$\rightarrow \frac{1}{d - s_{o2}} + \frac{1}{s_{o1}} = \frac{1}{f_1}$$

$$\frac{d - s_{o2}}{s_{o1}} \cdot \frac{s_{i2}}{s_{o2}} = -2$$

$$s_{o2} = 29 - \frac{1}{\frac{1}{f_1} - \frac{1}{s_{o1}}}$$

$$\frac{1}{s_{i2}} = \frac{d - s_{o2}}{-2s_{o1}s_{o2}}$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{s_{o2}} - \frac{d - s_{o2}}{2s_{o1}s_{o2}} = \frac{1}{2d - \frac{1}{\frac{1}{f_1} - \frac{1}{s_{o1}}}} - \frac{d - d + \frac{1}{\frac{1}{f_1} - \frac{1}{s_{o1}}}}{2s_{o1}\left(d - \frac{1}{\frac{1}{f_1} - \frac{1}{s_{o1}}}\right)} =$$

$$= \frac{2s_{o1} - \frac{1}{\frac{1}{f_1} - \frac{1}{s_{o1}}}}{2s_{o1}\left(d - \frac{1}{\frac{1}{f_1} - \frac{1}{s_{o1}}}\right)}$$

~~$$2s_{o1}\left(d - \frac{s_{o1}f_1}{s_{o1} - f_1}\right) = 2s_{o1} - \frac{f_1 s_{o1}}{2(s_{o1} - f_1)}$$~~

~~$$d - f_2 = \frac{f_1}{s_{o1} - f_1}\left(s_{o1} - \frac{1}{2}\right) \rightarrow (s_{o1} - f_1)(d - f_2) = f_1\left(s_{o1} - \frac{1}{2}\right)$$~~

~~$$s_{o1}(d - f_2 - f_1) = f_1\left(d - f_2 - \frac{1}{2}\right)$$~~

$$\frac{1}{f_2} = \frac{2s_{o1} - \frac{f_1 s_{o1}}{s_{o1} - f_1}}{2s_{o1}\left(d - \frac{s_{o1}f_1}{s_{o1} - f_1}\right)} = \frac{2s_{o1} - 3f_1}{2(d(s_{o1} - f_1) - s_{o1}f_1)}$$

$$\Rightarrow f_2(2s_{o1} - 3f_1) = 2(s_{o1}(d - f_1) - d f_1)$$

$$\Rightarrow \boxed{s_{o1} = \frac{3f_1 f_2 - 2df_1}{2(f_2 + f_1 - d)} = 35 \text{ cm}}$$

Con las formulas del sistema:

$$s_{i1} = -280 \text{ cm} \rightarrow s_{o2} = d - s_{i1} = 300 \text{ cm} \Rightarrow \boxed{s_{i2} = 75 \text{ cm}}$$

