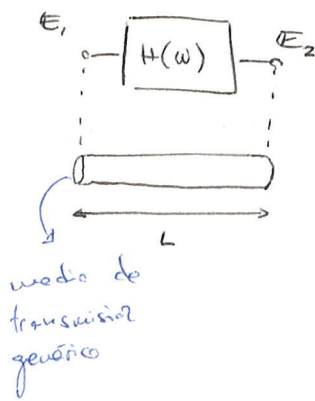


TEMA 4: CARACTERÍSTICAS DE TRANSMISIÓN DE LA FIBRA ÓPTICA

- 4.1- LA FIBRA ÓPTICA COMO SISTEMA LINEAL
- 4.2- ATENUACIÓN
- 4.3- DISPERSIÓN
- 4.4- LA FIBRA ÓPTICA EN RÉGIMEN NO LINEAL

4.1- LA FIBRA ÓPTICA COMO SISTEMA LINEAL



Para conocer $H(w)$ necesitamos el análisis modal de ese modo de transmisión

Supongamos que sólo se propaga un modo

$$E_1 = E(x, y, z) e^{-\gamma(w) z_1}$$

$$E_2 = E(x, y, z) e^{-\gamma(w) z_2}$$

$$H(w) = e^{-\gamma(w) \cdot L}$$

$$\gamma(w) = \alpha(w) + j\beta(w)$$

en el análisis modal, $\alpha(w) = 0$, así que se obtiene de mediciones

$\beta(w)$ se obtiene del análisis modal

$$H(\omega) = \underbrace{e^{-\alpha(\omega)L}}_{|H(\omega)|} \underbrace{e^{-j\beta(\omega)L}}_{e^{j\angle H(\omega)}}$$

• ¿ $H(\omega)$ del sistema de transmisión ideal?

→ no distorsiona (deforma) la señal y no la atenúa

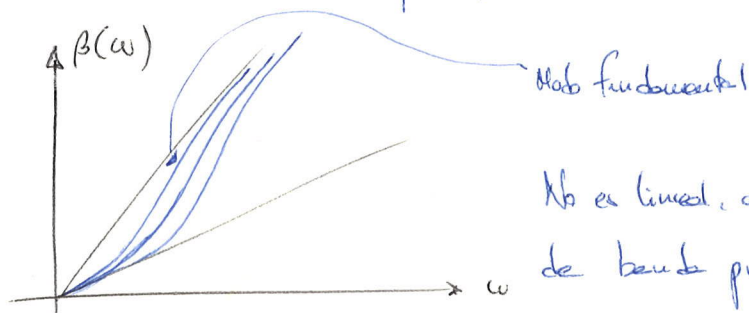
→ no distorsión $\Rightarrow y(t) = kx(t-t_0) \xrightarrow{TF} H(\omega) = k e^{-j\omega t_0}$

$$|H(\omega)| = \text{cte}$$

$$\angle H(\omega) = -\omega t_0 \Rightarrow \text{lineal}$$

→ no atenua $\Rightarrow k = 1$

• fase: $\angle H(\omega) = -\beta(\omega) \cdot L$



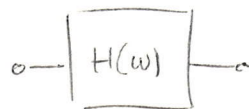
No es lineal, aunque en un cierto ancho de banda puede considerarse lineal

En general, la distorsión de fase, que en comunicaciones ópticas se llama dispersión

QyQ: el sistema es lineal, pero no lo es $\beta(\omega)$

(repass del otro día)

- 1 NODO:



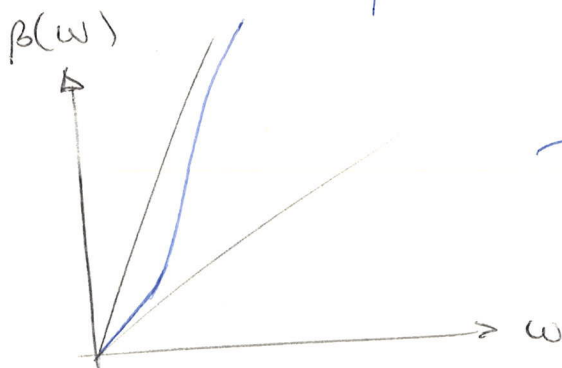
interacción caracterizado como un sistema LTI



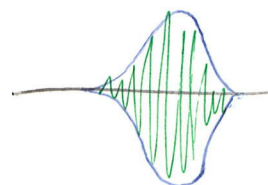
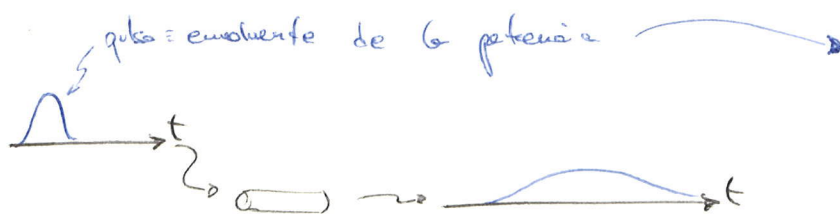
$$H(w) = \underbrace{e^{-\alpha(w)L}}_{|H(w)|} \underbrace{e^{-j\beta(w)L}}_{e^{j\angle H(w)}}$$

• módulo: depende de la frecuencia, pero en las ventanas es aproximadamente constante, por lo que no hay distorsión de amplitud

• fase: $\angle H(w) = -\beta(w)L$ (fin repaso)



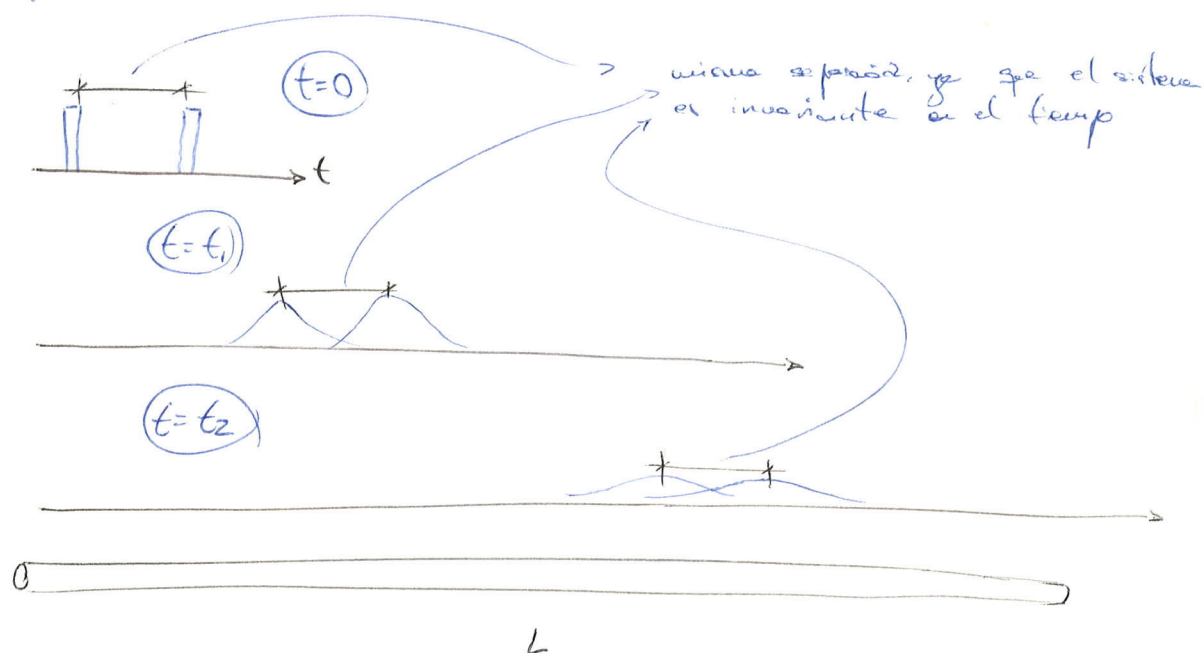
→ incluso para anchos de banda pequeños se puede ver unificado la linealidad por lo que hay distorsión de fase



distorsión $\Rightarrow$ ensanchamiento (en general)

A este ensanchamiento se le llama DISPERSION

• este efecto limita la velocidad máxima de transmisión digital $\rightarrow$ ¿cómo?



La dispersión puede solapar tanto los pulsos que no se pueden distinguir en el receptor

$\Rightarrow$ separar más los pulsos en la entrada, dado un L fijo

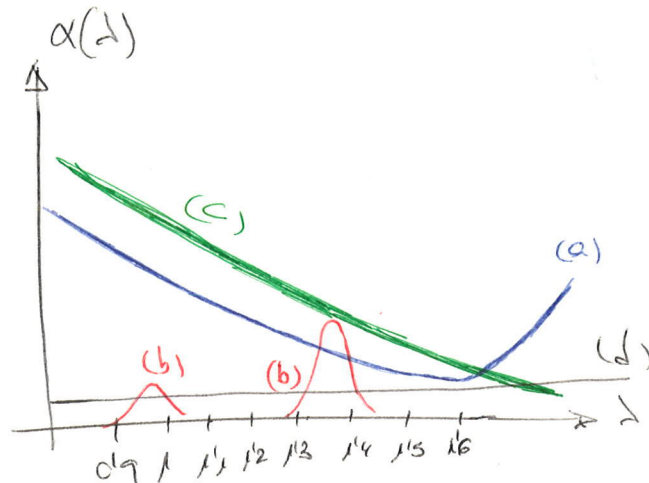
dado L fijo $\Rightarrow$ separación T_{min} $\Rightarrow$ hay un número máximo de pulsos por segundo
(velocidad máxima de transmisión digital)

En la práctica, el ensanchamiento es proporcional a la longitud

La figura de mérito de la fibra: $R \cdot L$ (bps · km)

(R : velocidad binaria)

4.2 - Atenuación



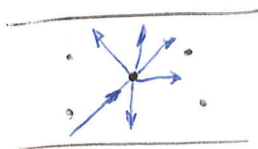
Factores que provocan la atenuación:

1.- Absorción: el material absorbe parte de la energía de la onda ($\Rightarrow$ calentamiento)

$\rightarrow$ absorción en el silice (a)

$\rightarrow$ absorción por impurezas (b) $\equiv$ OH
grupos puros de resonancia

2.- Scattering: se debe a inhomogeneidades microscópicas en la densidad del medio ("grupos")



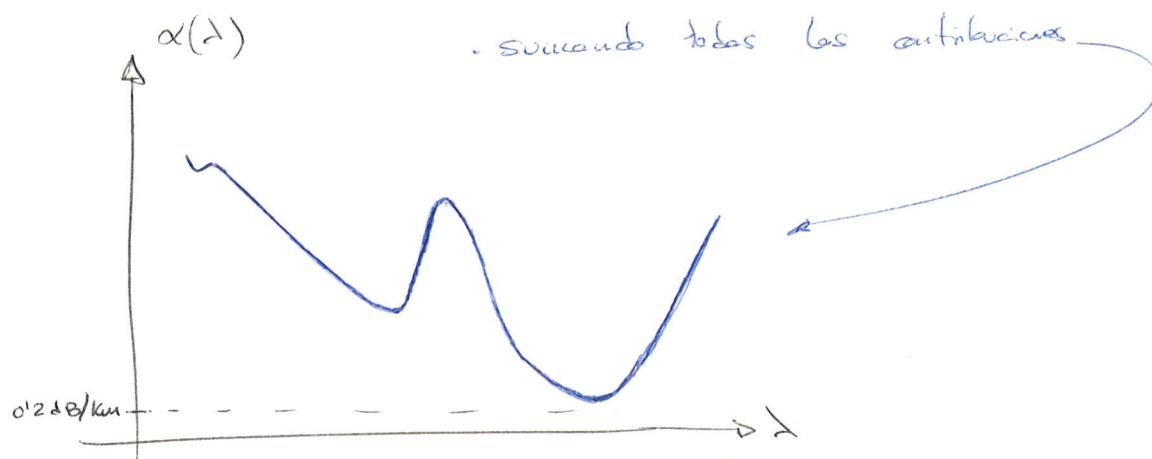
Parte de la energía de las ondas que chocan
 pasa a las ondas radiadas

(c)

3.- Microestructuras: la sección transversal de la fibra tiene irregularidades en la interfaz núcleo-cubierta



La contribución (d) es aproximadamente constante en λ

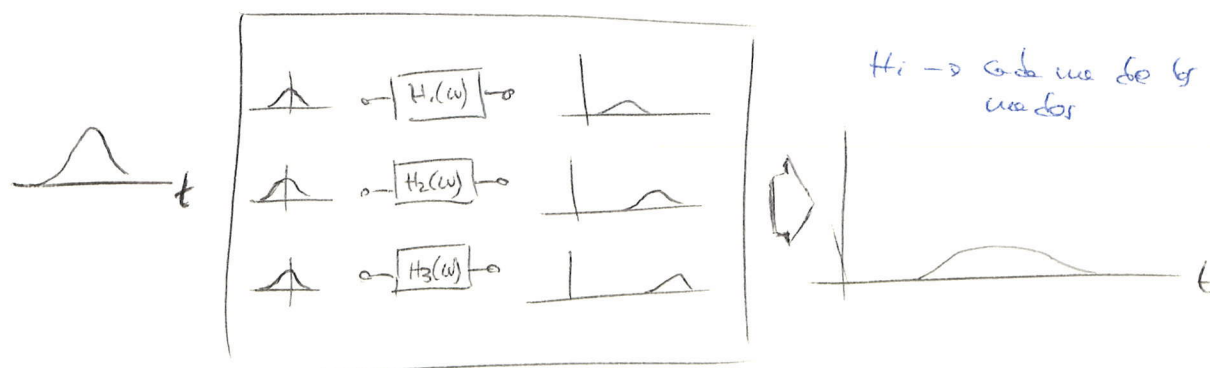


4.3 - DISPERSIÓN

- tipos: descripción cualitativa
- dispersión intramodal
- dispersión intermodal
- combinación de efectos
- producto R.L
- fibra unimodal de dispersión modificada
- manejo de la dispersión

4.3.1 - TIPOS DE DISPERSIÓN: DESCRIPCIÓN CUALITATIVA

Imaginemos que se pueden propagar 3 modos por la fibra:



La energía del pulso se reparte entre los 3 modos

Enchufamiento del ensanchamiento: diferentes componentes frecuenciales viajan a distintas velocidades en cada modo

DISPERSION: efecto por el cual distintos componentes del pulso viajan a diferentes velocidades

componentes {
frecuenciales: dentro de cada modo (INTRAMODAL)
energéticas: entre distintos modos (INTERMODAL)

→ intramodal: relacionado con $\beta(\omega)$ no lineal con ω

$$L_{\text{max}} = \min(L_1, L_2)$$



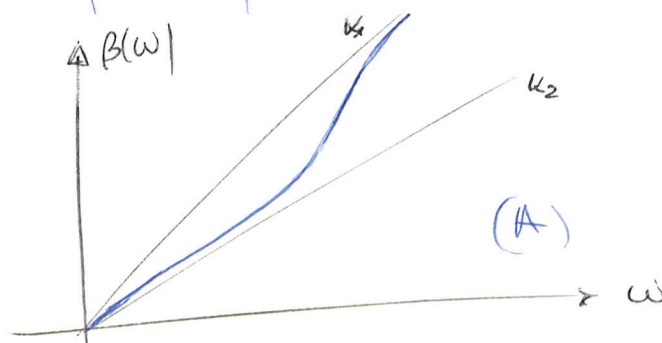
(para un régimen binario fijo)

L_1 = viene limitada por la dispersión

L_2 = viene limitada por la atenuación

- DISPERSION INTRAMODAL

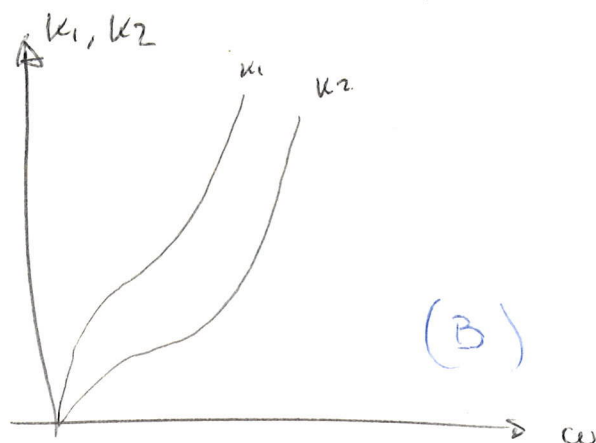
Se debe a que distintos componentes frecuenciales del pulso viajan a distintas velocidades



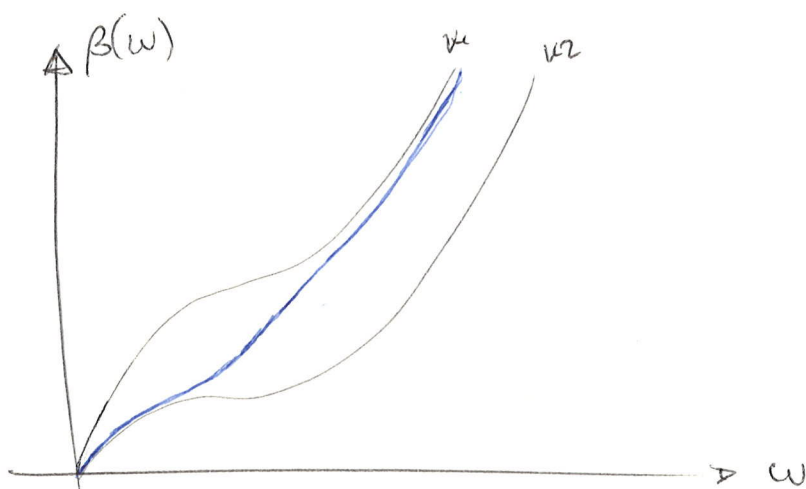
$$\kappa_1 = \frac{\omega}{c} n_1$$

$$n = n(\lambda)$$

los verdaderos k_1 y k_2 dependen también de λ :



Para ser rigurosos, habría que repetir el análisis modal



2 causas para esta no linealidad:

- el propio mecanismo de guiado (A)
- el material de la fibra tiene un índice de refracción que varía con la frecuencia $\Rightarrow$ efecto del material (B)

Dispersión intramodal $\left\{ \begin{array}{l} \text{de guiado} \\ \text{del material} \end{array} \right.$

Se puede dar el caso de concepción si la componente que viaja más rápido lo hace por el camino más largo

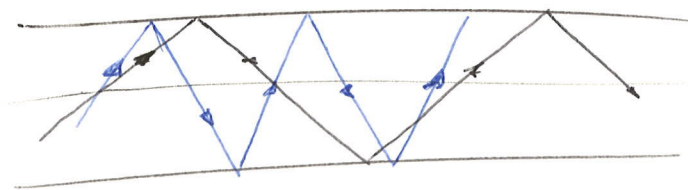
- DISPERSIÓN INTERMODAL

Diferentes componentes energéticas viajan a diferente velocidad

Sólo en multimodo

- Según la óptica geométrica:

(cada diferente tiene ángulos considerablemente diferentes)



👁️ dentro de cada modo, además, hay dispersión intramodal

Equivalente acústico: altavoces en el Prize o en la estación de Reute $\Rightarrow$ rebotes, interferencias, ... total, que no se entiende lo que dicen

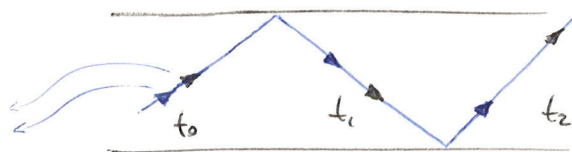
Existe la posibilidad de que ambos efectos se cancelen en algunos rangos de frecuencia (λ), aunque lo normal es que se potencien

- Según la óptica geométrica:

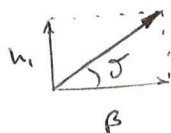
• material: $u \rightarrow v = \frac{c_0}{u}$

$u(\omega) = \text{ray}$ es determinado ángulo

2 componentes
frecuenciales



• gráb.



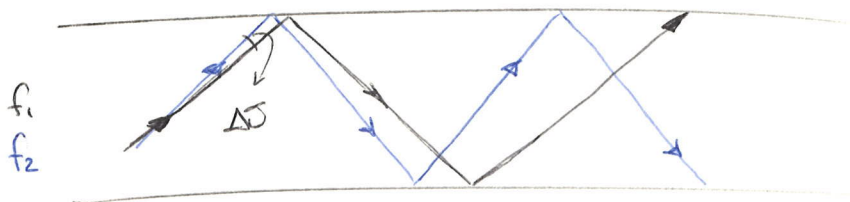
$u = u(\lambda) \Rightarrow$ "distintas colores van distintas densidades"

2 distintas componentes frecuenciales van a distinta velocidad y con la misma trayectoria

$$\beta = \beta(\omega)$$

$$n = n(\omega) \Rightarrow \Delta n \neq 0 \Delta \omega$$

si varía la frecuencia, el ángulo asociado cambia ligeramente



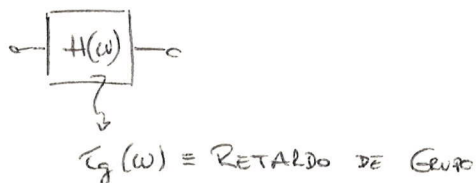
distintas componentes frecuenciales van a la misma velocidad en trayectorias distintas

4.3.2 - DISPERSIÓN INTRAMODAL

Estrategia:

- 1- Calcular el ensanchamiento de los pulsos
- 2- Establecer un criterio de sobrepunto máximo
 $\Rightarrow$ velocidad de transmisión

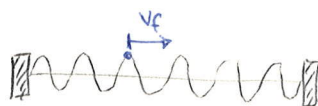
Lo ideal es que, a partir de $H(\omega)$, tengamos una función $\tau_g(\omega)$ que nos diga lo que se retarda cada componente frecuencial. (retardo $\leftrightarrow$ velocidad)



- Recordatorio: velocidad de fase vs velocidad de grupo

• onda monofrecuencial

(asociada a un régimen permanente)



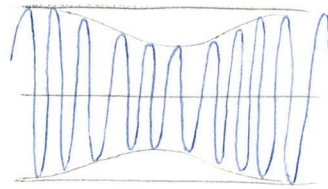
$\rightarrow$ síb tiene sentido el concepto de velocidad de fase

Hay un flujo de energía continuo. No hay principio ni fin, por lo que no tiene sentido hablar de velocidad de transmisión de energía

No hay limitación física para esta velocidad $\Rightarrow$ puede ser mayor que la de la luz.

$$\boxed{v_f = \frac{\omega}{\beta}}$$

• pulso modelado:



$\Rightarrow$ transitorio
(perturbación)

Por lo tanto la velocidad de fase

Perturbación $\equiv$ información $\Rightarrow$ velocidad de grupo: velocidad de propagación de esa perturbación

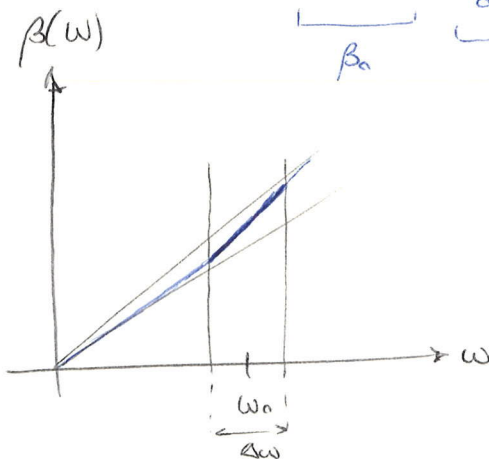
Diferencia, analíticamente:

$$x(t) = g(t) e^{j\omega_0 t} \xrightarrow{H(\omega)} y(t) = \mathcal{F}^{-1} \{ X(\omega) \cdot H(\omega) \}$$

$$H(\omega) = e^{-j\beta(\omega) \cdot L} \quad = g\left(t - \frac{L}{v_g}\right) e^{j\omega_0 \left(t - \frac{L}{v_g}\right)}$$

(Anchura banda estrecha: $\Delta\omega \ll \omega_0$)

$$\beta(\omega) = \underbrace{\beta(\omega_0)}_{\beta_0} + \underbrace{\frac{d\beta}{d\omega} \Big|_{\omega_0}}_{\beta_1} (\omega - \omega_0) + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{d^2\beta}{d\omega^2} \Big|_{\omega_0}}_{\beta_2} (\omega - \omega_0)^2 + \dots$$

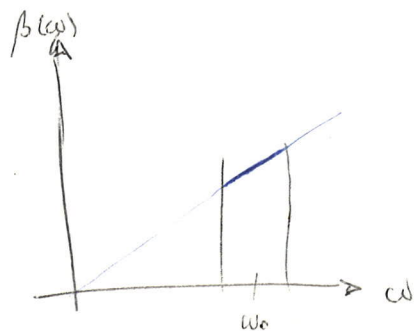


Banda estrecha $\rightarrow \beta_i = 0 \quad i \geq 2$
(a el ancho de banda de funcionamiento)

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta}$$

Propuesta: hacer $y(t)$

→ Caso 1: β lineal con la frecuencia



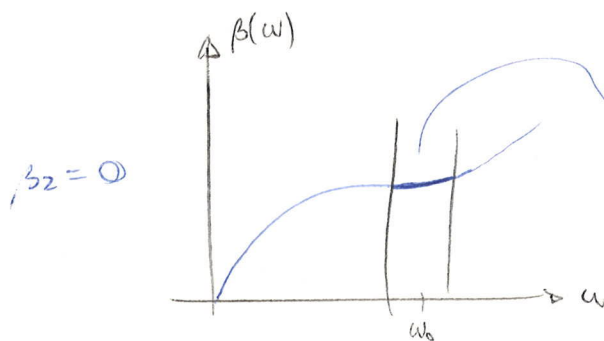
$$\beta_2 = 0$$

$$v_f = v_g = \text{cte}$$

este sería el medio ideal



→ Caso 2:



→ aproximadamente lineal

$$\text{Sin entarag. } \frac{d\omega}{d\beta} \neq \frac{\omega}{\beta}$$

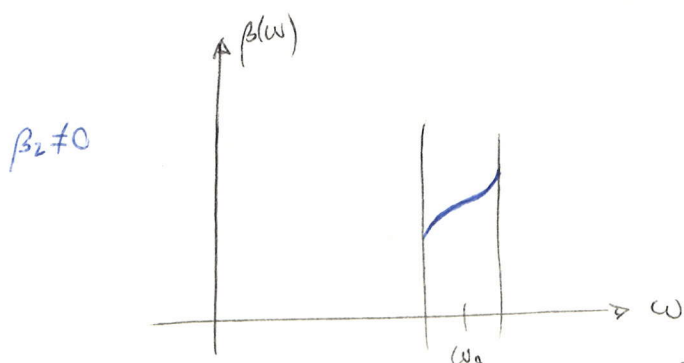
$$v_f \neq v_g = \text{cte}$$



la envolvente va a una velocidad distinta que la portadora

→ la envolvente va se deforma

→ Caso 3:



Alora $\frac{d\omega}{d\beta}$ no es constante

$$\Rightarrow v_g = v_g(\omega) = \frac{d\omega}{d\beta}$$



(f + rápida y f - lenta)

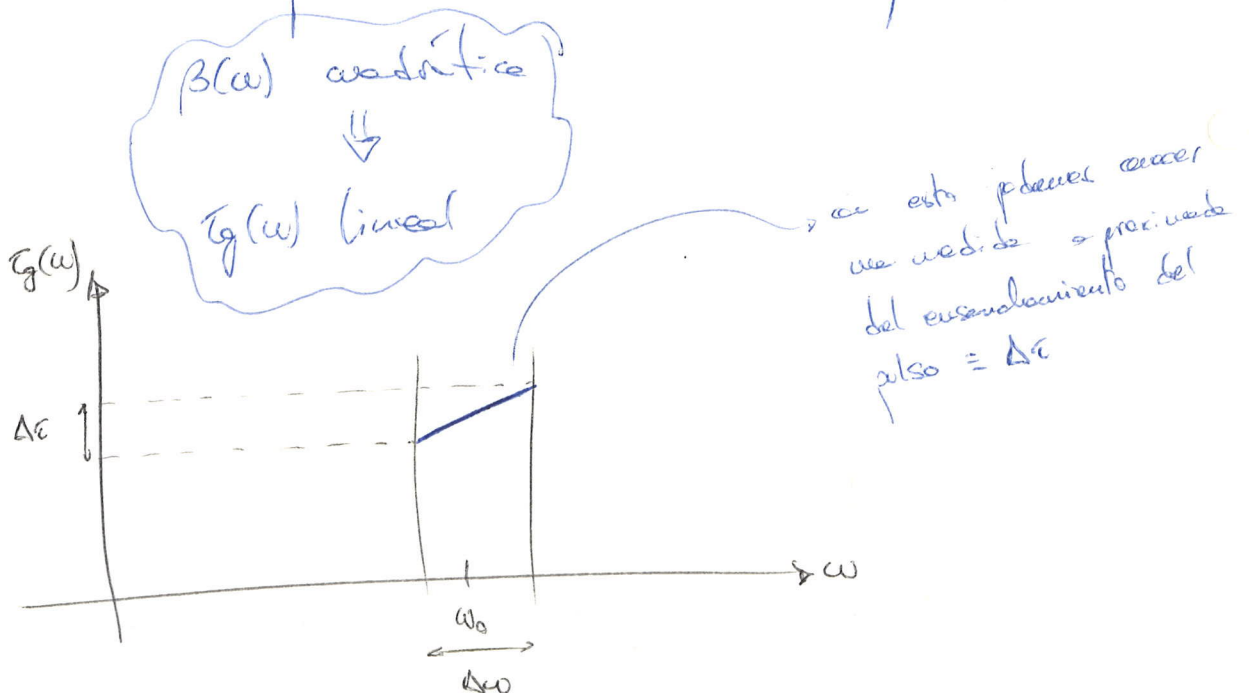
$$\boxed{\tau_g(\omega) = \frac{L}{v_g(\omega)}} = L \frac{d\beta}{d\omega}$$

- Aproximación de primer orden en el estudio de fenómenos dispersivos:

Un sistema sin dispersión es aquel en el que $\beta(\omega)$ es lineal, por lo que $v_g(\omega) = \text{cte}$ y así $\tau_g(\omega) = \text{cte}$
 $\Rightarrow$ no hay ensanchamiento de pulso

Vamos a considerar en nuestro estudio la mínima no linealidad de $\beta(\omega)$

La aproximación consiste en suponer



$$\Delta\tau = \left. \frac{d\tau}{d\omega} \right|_{\omega_0} \Delta\omega \xrightarrow[\Delta\omega \ll \omega_0]{\lambda = \frac{2\pi c_0}{\omega}} \Delta\tau = \left. \frac{d\tau}{d\lambda} \right|_{\lambda_0} \Delta\lambda$$

(ejercicio: hacer)

Introducimos el parámetro dispersión: (intrínseco)

$$D(\lambda) \equiv \frac{1}{L} \frac{d\tau}{d\lambda} \quad \left(\text{ps/mm.km} \right) \rightarrow \text{unidades arbitrarias}$$

bs ps que se consume en pulso por cada km recorrida y por cada nm de anchura espectral de la señal

Usando para $\Delta\tau$:

$$\Delta\tau = D(\lambda) \cdot L \cdot \Delta\lambda$$

Ancho de banda de la señal $\left\{ \begin{array}{l} \text{modulador} \\ \text{ancho espectral de la fuente} \leftarrow \text{(es el que más influye)} \end{array} \right.$

$\Downarrow$

interes usar fuentes con poca anchura espectral (en nm)

En multimodo afecta menos la anchura espectral de la fuente

Fibras de alta velocidad: multimodo $\Rightarrow$ laser

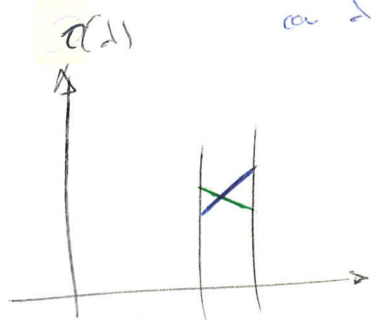
En $D(\lambda)$ influye $\beta_2 \equiv$ no linealidad de $\beta(\omega)$ (derivada 2ª)

ejercicio: expresar $D(\lambda)$ como función de β

- $D(\lambda)$ puede ser positivo o negativo

retardo
creciente
con λ

retardo
decreciente
con λ

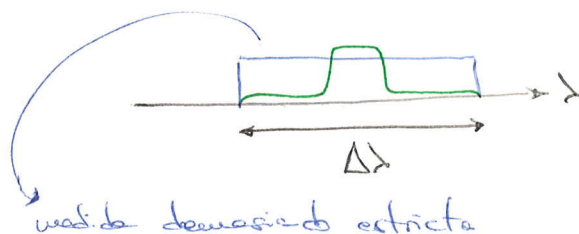


a la hora de determinar el ensanchamiento de los pulsos, da igual si se refieren a las frecuencias altas o las bajas

$$\Rightarrow \Delta\tau = |D(\lambda_0)| \cdot L \cdot \Delta\lambda$$

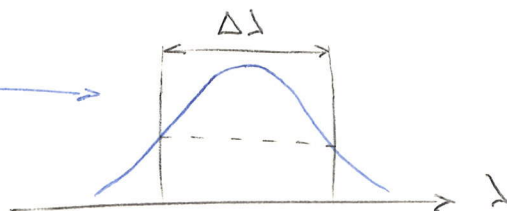
Anchura RMS

$\Delta\lambda$: anchura absoluta



En óptica se suelen usar otros parámetros de medida de anchura:

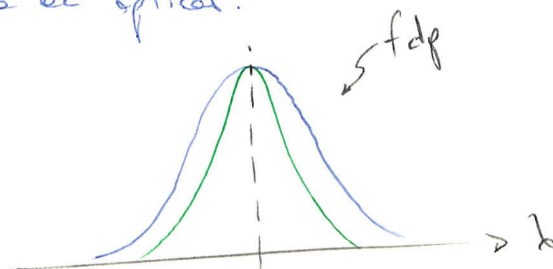
anchura a 3dB



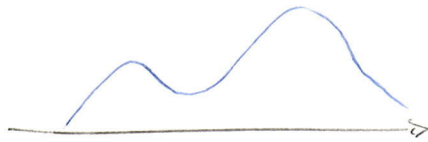
una equivalente muy usada en óptica:

→ anchura RMS:

varianza: concepto de variable Aleatoria



Se define la anchura RMS de una forma de onda como la desviación típica de esa forma tomada como una fdp.



función del tiempo o
la frecuencia:
 $p(x)$

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p_n(x) dx - \left(\int_{-\infty}^{\infty} x p_n(x) dx \right)^2$$

donde $p_n(x) = \frac{p(x)}{\int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx}$ ← normalización del área
= 1

OyO: $p(x) \geq 0 \quad \forall x$

→ envolvente de un pulso
→ espectro } amplitudes siempre son positivas

Expresión

$$\boxed{\sigma = D(\lambda_0) L \sigma_\lambda}$$

amplitud RMS de la señal que
se manda: σ_λ

• Material y guiado no son independientes → ¿D(λ)?
(resuelto en el Keiser)

$$D(\lambda) \approx D_m(\lambda) + D_w(\lambda)$$

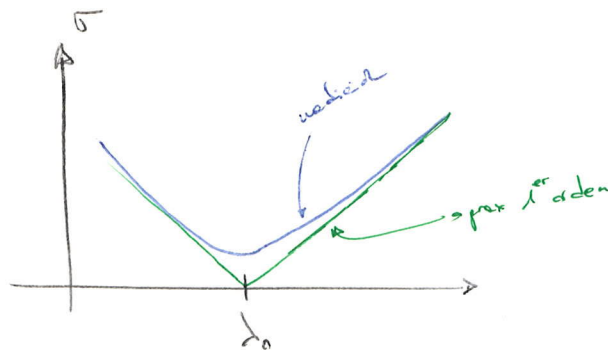
material

guía-onda

Nos vale si se genera un número muy preciso

$D_m(\lambda)$ → influencia del material ignorando el guiado

$D_w(\lambda)$ → influencia del guiado ignorando el material

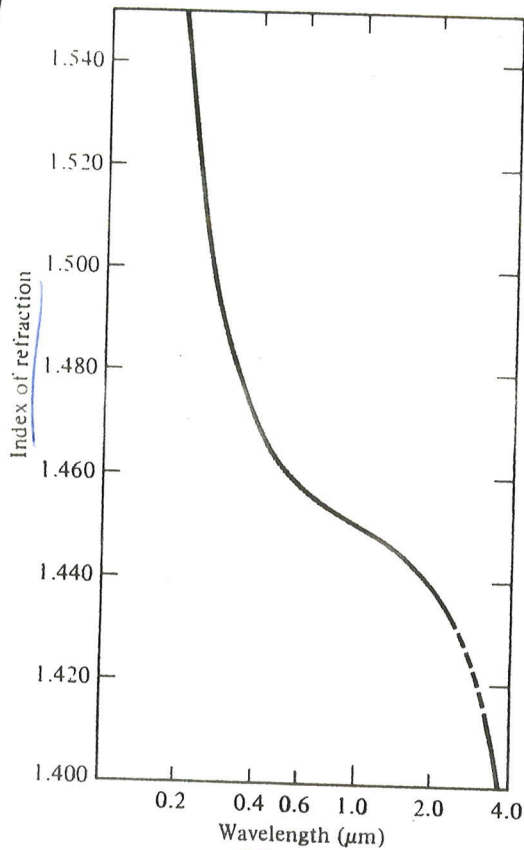


VARIACIÓN DEL ÍNDICE DE REFRACCIÓN CON λ EN SÍLICE

4º TEL. SUP.

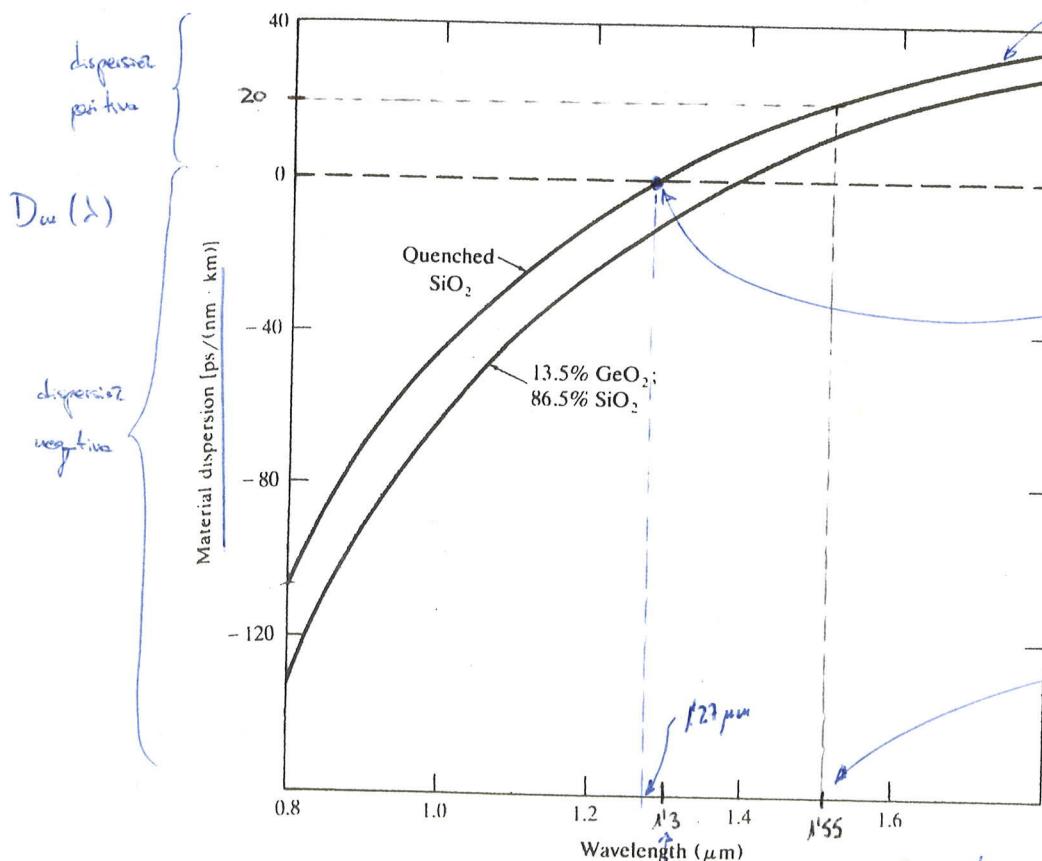
0'24€

56



Variations in the index of refraction as a function of the optical wavelength for silica. (Reproduced with permission from I. H. Malitson, *J. Opt. Soc. Amer.*, vol. 55, pp. 1205-1209, Oct. 1965.)

DISPERSIÓN DEL MATERIAL (SÍLICE)



esto es lo que normalmente se usa

no se ensanchan los pulsos. $\beta_2 = 0$: esto es una aproximación, puede no ser verdad. $\beta_2 = 0$, pero habría que tener en cuenta β_3 en adelante. Por tanto, en esa λ y su entorno no vale la aproximación de 2º orden. En la práctica no hay un λ b, pero sí un mínimo de dispersión.

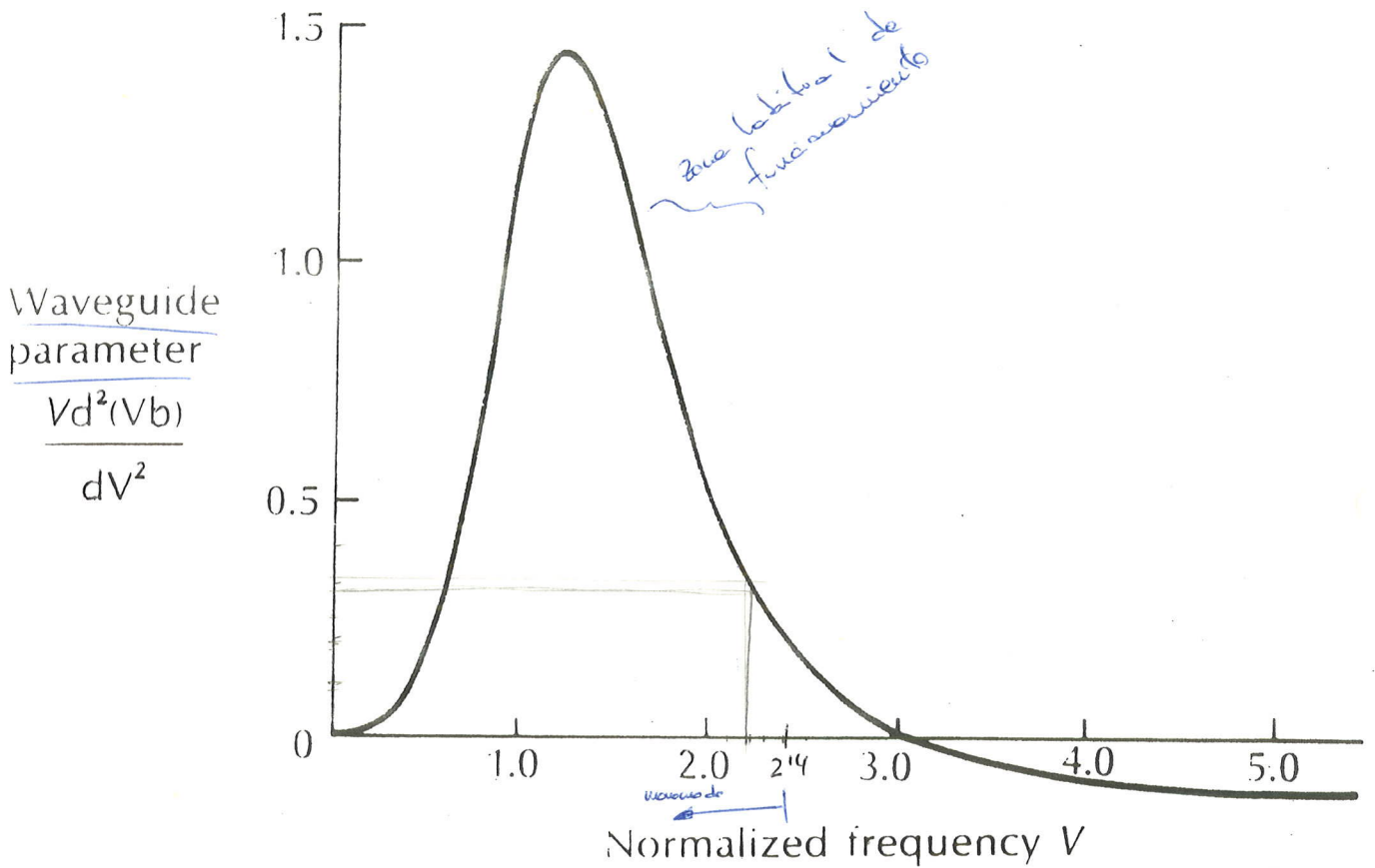
centro 2ª ventana

Material dispersion as a function of optical wavelength for pure silica and 13.5% GeO_2 /86.5% SiO_2 . (Reproduced with permission from Fleming.³⁸)

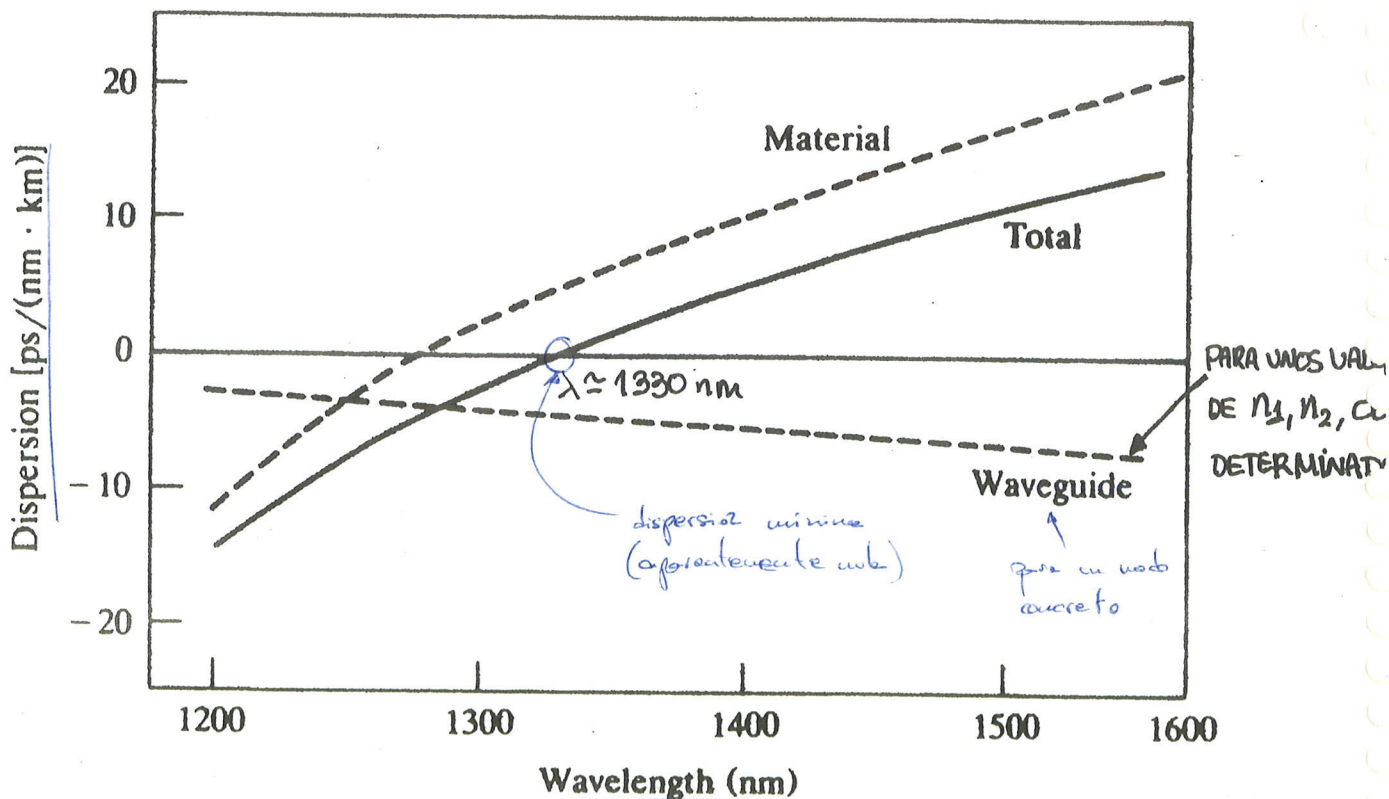
DISPERSIÓN DE GUIADO (MODO LP₀₁) :

$$D_v(\lambda) = \frac{-n_2 \Delta}{\lambda c} V \frac{d^2(Vb)}{dV^2}$$

esto es sólo para el fundamental



EFFECTO COMBINADO : $D_m(\lambda) + D_w(\lambda)$



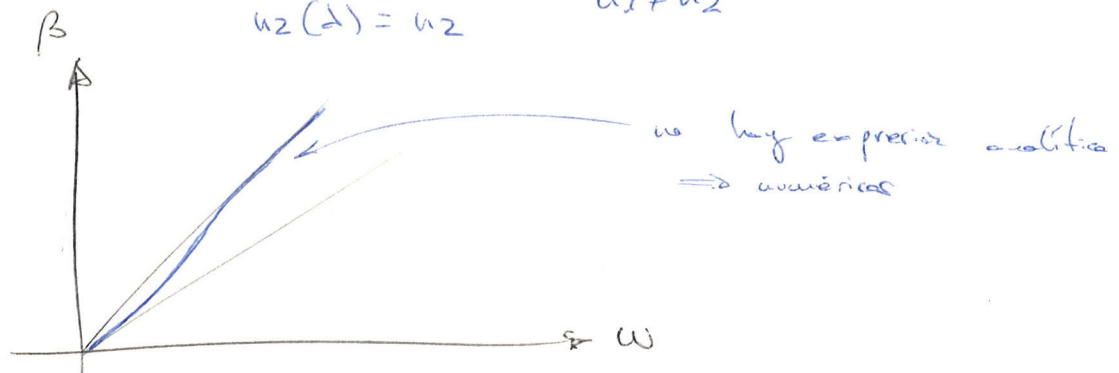
GUIA 50:

Ahora ignoramos la variación del índice de refracción con la frecuencia:

$$u_1(\lambda) = u_1$$

$$u_2(\lambda) = u_2$$

$$u_1 \neq u_2$$



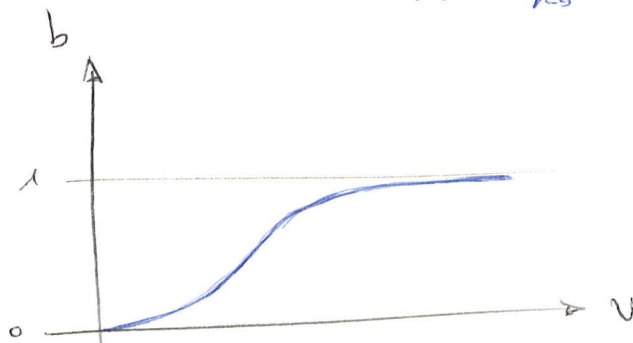
Se suele normalizar β en las gráficas $\Rightarrow b$

$$b = \frac{(\beta/k_0)^2 - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2}$$

$$k_2 \leq \beta \leq k_1$$

$$\beta = k_2 \Rightarrow \frac{\beta}{k_0} = \frac{k_2}{k_0} = n_2 \Rightarrow b = 0$$

$$\beta = k_1 \Rightarrow \frac{\beta}{k_0} = \frac{k_1}{k_0} = n_1 \Rightarrow b = 1 \quad \left. \vphantom{\frac{\beta}{k_0} = \frac{k_1}{k_0} = n_1} \right\} \boxed{0 < b < 1}$$



ejercicio: obtener una expresión para γ a partir de b

$$\gamma \Rightarrow \left| D_w(\lambda) = -\frac{n_2 \Delta}{c \lambda} V \frac{d^2(Vb)}{dV^2} \right| \quad \left. \vphantom{\frac{d^2(Vb)}{dV^2}} \right\} \text{expresión que se debe usar para la dispersión de guiado}$$

$$V = \frac{2\pi}{\lambda} a \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

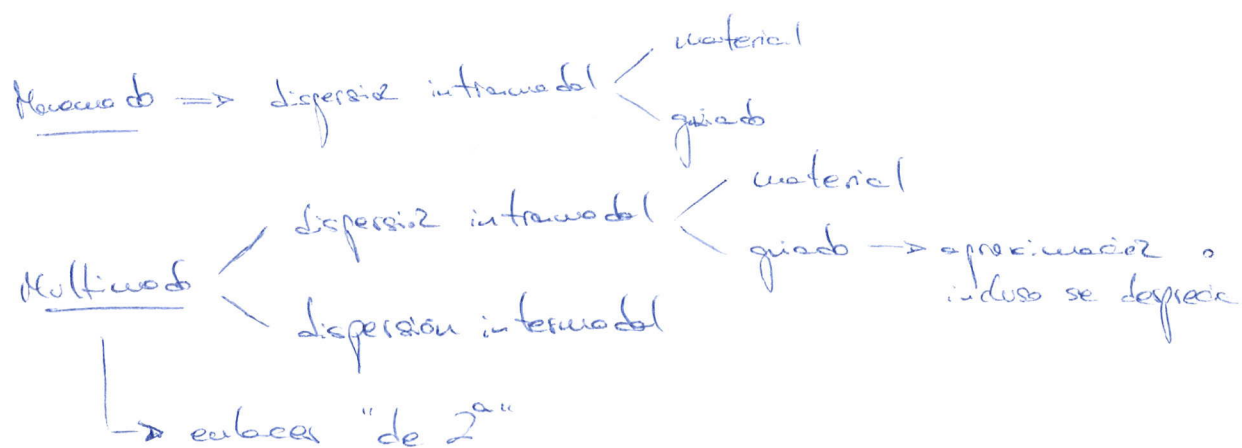
$V \equiv$ frecuencia normalizada

En las curvas se suele dar $V \frac{d^2(Vb)}{dV^2}$

↳ transparencia

• multimodo $\Rightarrow$ miles de modos

$\rightarrow$ muy complicado analizar la dispersión de todos a la vez



ejercicio: fibra monomodo

$$n_2 = 1.456$$

anchura de la frente: 40nm

$$\Delta = 0.0022$$

$$a = 5\mu\text{m}$$

$$\lambda_0 \text{ ventana: } \lambda_0 = 1550\text{nm}$$

$$\left. \frac{d^2 n(\lambda)}{d\lambda^2} \right|_{\lambda_0} = -0.004 \mu\text{m}^{-2}$$

Calcular el ensanchamiento RMS de un pulso al recorrer $L = 10\text{km}$

$$\text{Solución: } \sigma \approx 66\text{ps}$$

Ejercicio:

$$u_2 = 1'456$$

$$\Delta = 0'0027 \quad \Rightarrow \quad u_1 = \frac{u_2}{1-\Delta} = 1'4599$$

$$= \frac{u_1 \cdot u_2}{u_1}$$

$$\lambda_0 = 1550 \text{ nm}$$

$$\sigma_{\text{fuente}} = 40 \text{ nm}$$

$$\left. \frac{d^2 u(\lambda)}{d\lambda^2} \right|_{\lambda_0} = -0'004 \text{ nm}^{-2}$$

Ensamblamiento RUS tras $L = 10 \text{ km}$

$$\sigma = D(\lambda_0) L \sigma_\lambda$$

dispersión del material: $D_u(\lambda) = -\frac{1}{c} \frac{d^2 u(\lambda)}{d\lambda^2}$; $D_u(\lambda_0) = -\frac{1}{c} \left. \frac{d^2 u(\lambda)}{d\lambda^2} \right|_{\lambda=\lambda_0} =$

$$= 2'067 \cdot 10^{-29} \text{ s/nm}^2$$

$$= 2'067 \cdot 10 \text{ ps/nm.km}$$

dispersión de guiado: $D_w(\lambda) = -\frac{u_2 \Delta}{c \lambda} V \frac{d^2(Vb)}{dV^2}$

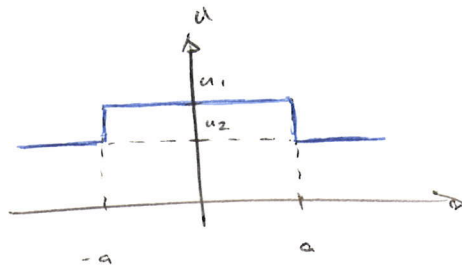
$$V = \frac{2\pi}{\lambda} a \sqrt{n_2^2 - n_1^2} = 2'1614 < 2'14 \Rightarrow \text{modo de } 0^{\text{a}}$$

Tomando la curva, $V \frac{d^2(Vb)}{dV^2} \approx 0'3 \Rightarrow D_w(\lambda) = -2'54 \text{ ps/nm.km}$

$$D(\lambda_0) = D_u(\lambda_0) + D_w(\lambda_0) = 18'13 \text{ ps/nm.km}$$

$$\sigma = 7'25 \text{ ns}$$

- fibra óptica de salto de índice AKA fibra óptica convencional o estándar



- mínima dispersión: 1330 nm (2ª ventana)
- mínima atenuación: 1550 nm (3ª ventana)

$\Rightarrow$ optimizar: hacer que la fibra tenga el mínimo de dispersión en la 3ª ventana, o al revés (mínimo de atenuación en la 2ª)

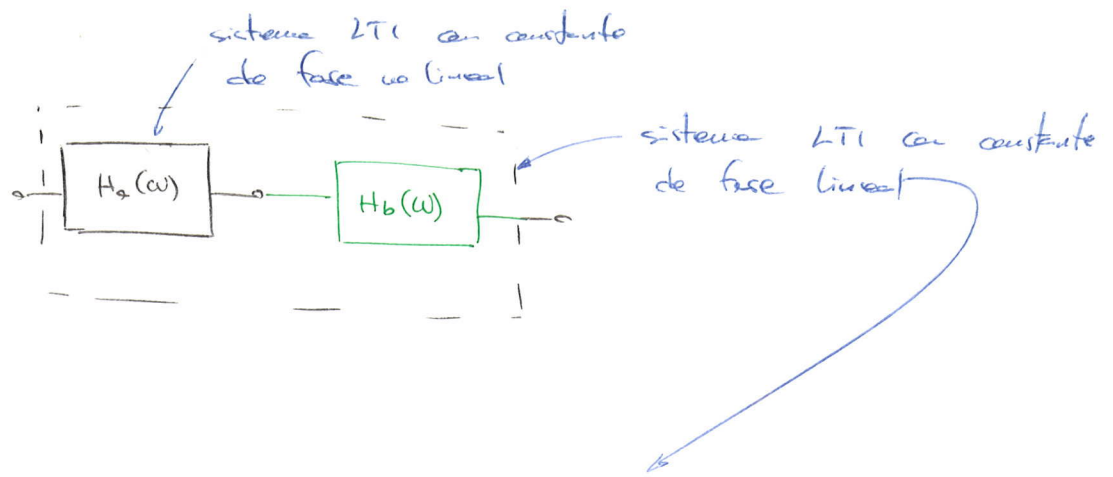
Para ello, habría que modificar el material. Se puede mover la curva de dispersión modificando el perfil del índice de refracción (transparencia "Fibras monomodo de dispersión modificada")

$\rightarrow$ 3 tipos de fibra:

- estándar optimizada: ITU G-652
- fibra de dispersión desplazada (DSF): ITU G-653
3ª generación
- fibra de dispersión aplanada (DFF)

- Actualizar redes ópticas, sin cambiar toda la fibra, para trabajar en la 3ª ventana:

- diseñar fibras ópticas a medida para aplicar la técnica de compensación de dispersión



$$H_a(\omega) \cdot H_b(\omega) = H(\omega)$$

→ sin dispersión

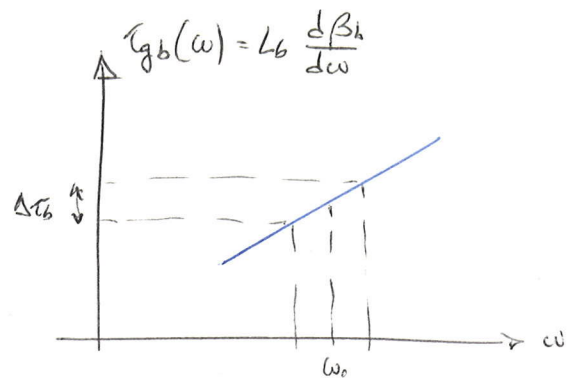
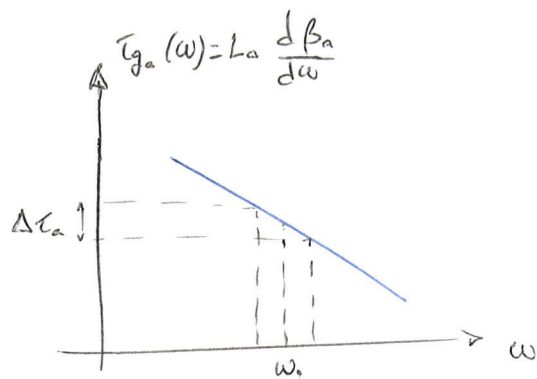
↓
dispositivos más o menos complejos,
pero mejor fibra = medida

Haremos uso de la aproximación de 1^{er} orden:

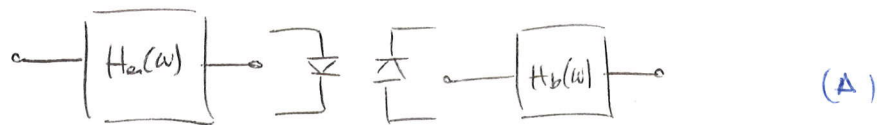
$$\begin{aligned} H(\omega) &= e^{-j \left(\beta_{a0} + \beta_{a1}(\omega - \omega_0) + \frac{\beta_{a2}}{2}(\omega - \omega_0)^2 \right) L_a} \\ &\quad \cdot e^{-j \left(\beta_{b0} + \beta_{b1}(\omega - \omega_0) + \frac{\beta_{b2}}{2}(\omega - \omega_0)^2 \right) L_b} \\ &= e^{-j \left(\beta_{a0} + \beta_{b0} + \beta_{a1}(\omega - \omega_0) + \beta_{b1}(\omega - \omega_0) + \frac{\beta_{a2}}{2}(\omega - \omega_0)^2 L_a + \frac{\beta_{b2}}{2}(\omega - \omega_0)^2 L_b \right)} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{\beta_{a2}}{2} L_a + \frac{\beta_{b2}}{2} L_b = 0 \right]$$

$$\Rightarrow \beta_{a2} \beta_{b2} < 0 \rightarrow \left[D_a L_a + D_b L_b = 0 \right]$$



Diferencia entre

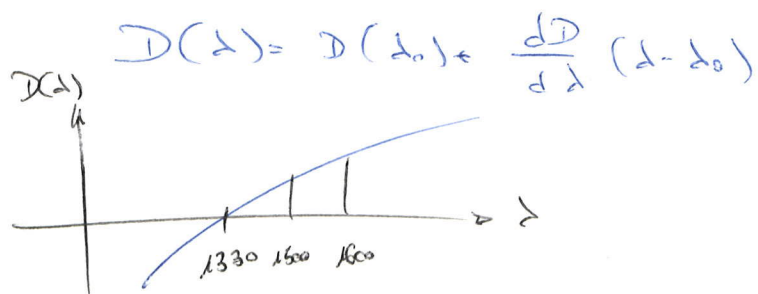


y



(A) $\rightarrow$ El compensador de la dispersión no sigue funcionando. Al llegar al LED se pierde la fase (defector de envolvente), y al pasar por el $H_b(\omega)$, se ensanchan los pulsos una vez más.

El fabricante suele expresar la dispersión en la 2ª y 3ª ventana en una refa:



$D(\lambda) =$
 $\frac{dD(\lambda)}{d\lambda} =$ pendiente de dispersión

valores típicos: $\frac{dD(\lambda)}{d\lambda} = 0,1 \frac{\text{ps}}{\text{nm}^2 \cdot \text{km}}$

ejemplo: fibra estándar (SF) en la 3ª ventana

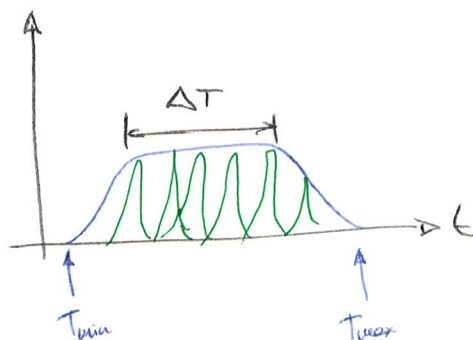
	$D(\lambda_0)$	$\frac{dD(\lambda)}{d\lambda}$
SF	$16 \text{ ps}/\text{nm}^2 \cdot \text{km}$	$0,1$
Fibra de compensación de dispersión (DCF)	-80	$-0,5$

→ valor dda para que L_b sea pequeño

DCF → ITU G-655

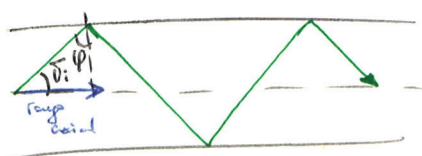
4.3.3- DISPERSIÓN INTERMODAL

Queremos cuantificar el ensanchamiento temporal del pulso



el radio del núcleo es mayor que la longitud de onda ($50 \mu\text{m} - 200 \mu\text{m}$), por lo que se puede estudiar con la óptica geométrica

$$k_1 = n_1 \frac{\omega}{c}$$



velocidad de propagación componentes energéticas $\equiv v_g = \frac{d\omega}{d\beta} = \frac{c}{n_1}$

$$\Delta T = T_{\text{max}} - T_{\text{min}}$$

T: retardo

$$T_{\text{max}} \Rightarrow \varphi = \varphi_{\text{int}} \quad \text{rayo axial}$$

$$T_{\text{min}} = \frac{L}{(c/u_1)} = \frac{L u_1}{c}$$

→ velocidad de propagación efectiva en dirección z

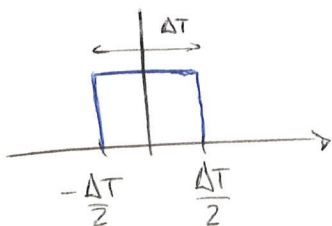
$$T_{\text{max}} = \frac{L}{\left(\frac{c}{u_1} \cos \varphi_i\right)} = \frac{L u_1^2}{c u_2}$$

$$\cos \varphi_i = \sin \varphi_{\text{int}} = \frac{u_2}{u_1}$$

• ensanchamiento absoluto: $\Delta T = \frac{L u_1}{c} \left(\frac{u_1}{u_2} - 1 \right) = \frac{L u_1 \Delta}{c}$

¿Análisis eficaz?

Lo ejercicio propuesto:

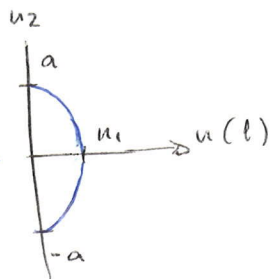
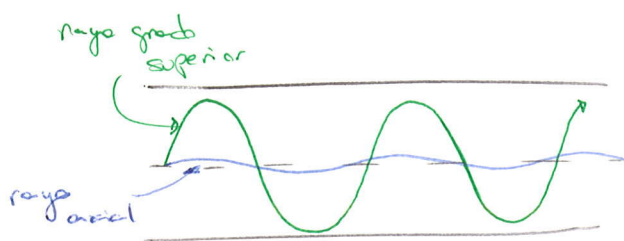


aplicar la fórmula de σ

Solución: $\sigma = \frac{\Delta T}{2\sqrt{3}}$

$$\Delta T = \frac{L \cdot u_1 \cdot \Delta}{c} \Rightarrow \sigma_{\text{inter}} = \frac{L \cdot u_1 \cdot \Delta}{c \cdot 2\sqrt{3}}$$

4.3.4 - FIBRA ÓPTICA DE PERFIL DE ÍNDICE GRADUAL



es más eficiente que
la de salto de índice

interesa que pase por un medio con
n mayor, así va más lento haciendo
menor trayecto

el otro rayo tiene una mayor trayec-
toría pero va la mayor parte por
un medio con n menor

$$\sigma_{\text{inter}} = \frac{L n_1 \Delta^2}{20\sqrt{3}c}$$

$$\sigma_{\text{inter}} = \frac{\Delta}{10} \sigma_{\text{inter}}$$

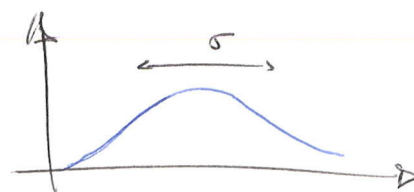
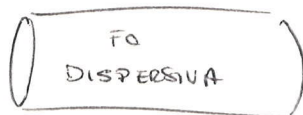
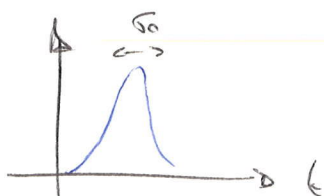
perfil parabólico índice

$\Delta \approx 0.01 \Rightarrow$ mejoras de 3 órdenes de magnitud

En la práctica se mejoran 2 órdenes de magnitud como mucho

4.3.5 - DISPERSIÓN GLOBAL

Efecto combinado



• FO monomodo: $\sigma^2 = \sigma_0^2 + \left(L (D_M(\lambda_0) + D_W(\lambda_0)) \sigma_\lambda \right)^2$

• FO multimodo: $\sigma^2 = \sigma_0^2 + \left(L D_M(\lambda_0) \sigma_\lambda \right)^2 + \sigma_{\text{inter}}^2$

↓
despreciable el efecto del guiado
en la dispersión intramodo

Podemos poner muchos criterios para que el efecto del ensandamiento no afecte mucho.

$$T_{bit} > 50 \rightarrow R_{max} \approx \frac{0.2}{5} \text{ (bps)}$$

• figura de mérito: $(R \cdot L)_{max}$

monomodo $\rightarrow 100 \text{ Gbps} \cdot \text{km}$

múltimodo $\rightarrow 1 \text{ Gbps} \cdot \text{km}$

$$\sigma^2 = \sigma_0^2 + \underbrace{\left(L D_m(\lambda_0) \sigma_\lambda \right)^2 + \left(\frac{L n_1 \Delta}{c 2\sqrt{3}} \right)^2}_{\text{interesa disminuir este término}}$$

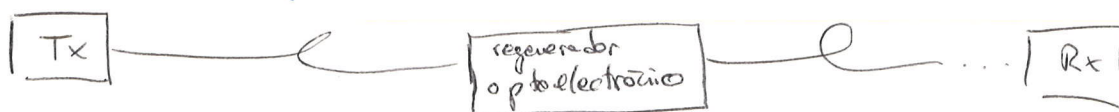
$L \downarrow$
 σ_0 fuente muy coherente (implícito en monomodo)

4.4. FIBRA ÓPTICA EN RÉGIMEN NO LINEAL

- propiedades del medio óptico independientes de la intensidad de campo
 - validez del principio de superposición
- $\rightarrow$ FO en régimen lineal

Atenuación + dispersión $\rightarrow$ efectos lineales

hace 10 años o más:



no es muy práctico para grandes volúmenes de información $\Rightarrow$ multiplexación

Lo que se hace es usar amplificadores ópticos $\Rightarrow$ transmitir en grandes distancias en el dominio óptico

El efecto de la dispersión se propaga por todo el enlace
(antes se regeneraba la señal)

solución a la dispersión $\left\{ \begin{array}{l} \text{compensación} \\ \text{DSF} \end{array} \right.$

Amplificadores ópticos ruidosos $\Rightarrow$ se incrementa la potencia transmitida
 $\Rightarrow$ aparecen efectos no lineales $\Rightarrow$ reducen las capacidades
máximas (una vez eliminados los efectos lineales)

Interés: enlaces con elevado R.L (WAN, MAN)

- Origen de la no linealidad:

análisis electromagnético $\rightarrow$ EC. Maxwell $\rightarrow \vec{D} = \epsilon \vec{E}$

$$\vec{D} = \epsilon_0 n^2(\omega) \vec{E}$$

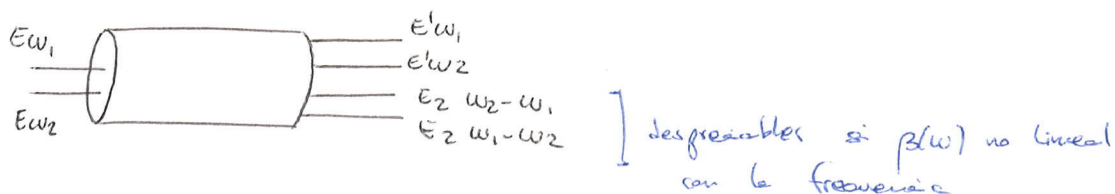
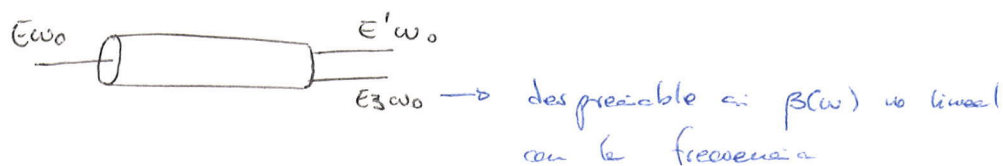
$\uparrow$
supuestos que responde de
forma lineal

$$\nabla^2 E - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{\chi}{c^2} \frac{\partial^2 (E^3)}{\partial t^2} \quad \text{ecuación de ondas no lineal}$$

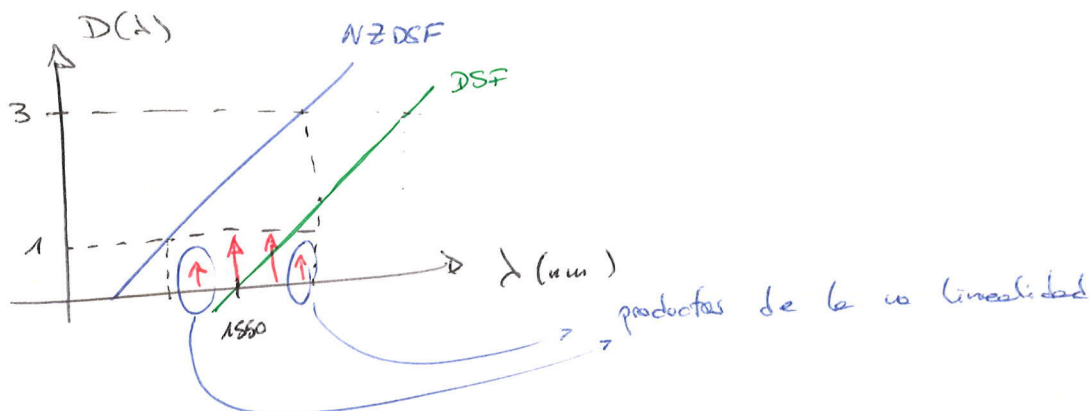
$\uparrow$
de lugar a armónicas y productos
de intermodulación de 3^{er} orden

$\Rightarrow$ generación de productos de intermodulación si se
opera cerca de la longitud de onda de dispersión
mínima

Efecto no lineal en la propagación:



Para transmitir en la 3ª ventana varias canales es mejor no usar zonas lineales



Actualmente se usa la fibra NZDSF (Non Zero Dispersion-Shifted Fiber). Interesa porque no presenta el coro y la dispersión no es muy grande.

También se aplica a estas fibras la técnica de compensación

• longitud de no linealidad:
$$L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0}$$

si $L = L_{NL} \rightarrow$ el espectro del pulso se habrá ensanchado más de un 40%

despreciable $L \ll L_{NL} \Rightarrow$ sistema no limitado por la no linealidad

En cada canal:

$$\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} = -j \gamma |A|^2 A \rightarrow A(z, t) = A(0, t) e^{i \phi_{NL}(z, t)}$$

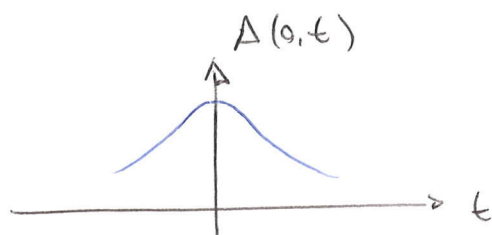
$$\phi_{NL}(z, t) = -\gamma |A(0, t)|^2 z$$

$\Downarrow$

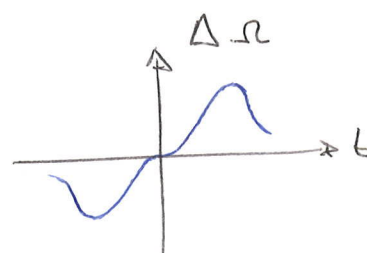
perfil de intensidad invariante

$$|A(z, t)| = |A(0, t)|$$

variación de la frecuencia instantánea $\rightarrow \Delta \Omega \Big|_{\Omega = \omega - \omega_0} = \frac{\partial \phi_{NL}}{\partial t} = -\gamma \frac{d|A(0, t)|^2}{dt} \cdot z$

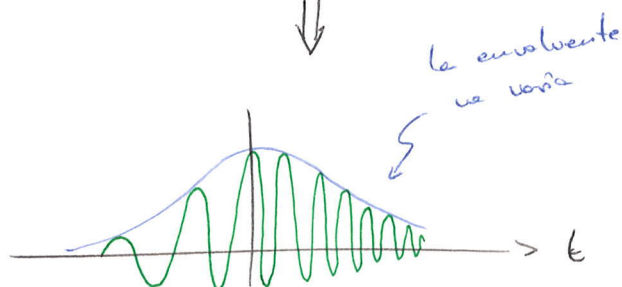


$\rightarrow$



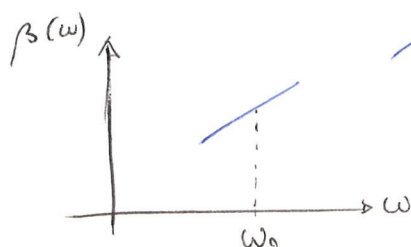
$\Downarrow$

se mantiene el ancho del pulso
y aparecen nuevas componentes frecuenciales $\Rightarrow$ se ensancha el espectro



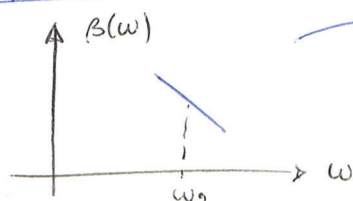
Efecto dispersivo:

• Si $\beta_2 > 0$:



$\rightarrow$ ritmo mayor de ensanchamiento temporal del pulso debido al efecto de dispersión

• Si $\beta_2 < 0$:



$\rightarrow$ el pulso se ensancha a menor ritmo o incluso se comprime

$\Rightarrow$ ambos efectos tienden a compensarse

Cuando se compensan, se tiene un SOLITON

(recall) • distancia de no linealidad: distancia a partir de la cual los efectos no lineales en el canal son importantes

$$L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0} \left[\frac{1}{(nw \cdot km)^{-1} \cdot nw} \right]$$

longitud de dispersión: $L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}$

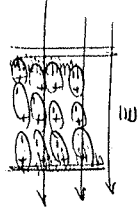
T_0 = ancho temporal del pulso

ORIGEN FÍSICO DE LA NO LINEALIDAD

dieléctrico:



aplicando campo eléctrico:



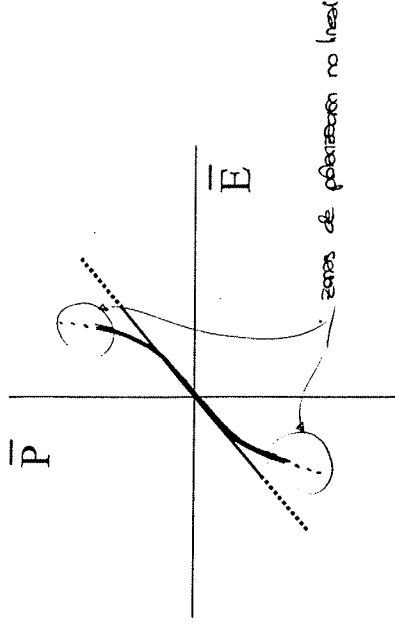
La polarización de las moléculas de un dieléctrico ante un campo eléctrico no es lineal

$$\vec{P} = \chi^{(1)} \vec{E} + \chi^{(3)} \vec{E}^3 \rightarrow \vec{P} = \vec{P}_L + \vec{P}_{NL}$$

$$n = n(\omega, E)$$



$$\beta = \beta(\omega, E)$$



¿CUÁNDO ES SIGNIFICATIVA? Pulsos de potencia elevada & Efecto de dispersión despreciable

$T_0 \equiv$ ancho temporal del pulso

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}$$

Longitud de dispersión:

Longitud de no linealidad:

$$L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0}$$

long. en la que a partir de la cual aparecen efectos de dispersión

longitud del enlace a partir de la cual deberíamos tener en cuenta efectos de la no linealidad (ver transparencias 4.8)

¿QUÉ EFECTOS TIENE?

- Sistema Monocanal:
 - Efecto **SPM** (Self Phase Modulation) → ensancha espectro
 - Generación de armónicos → caen fuera de banda
- Sistema Multicanal (WDM):
 - Generación de Productos de Intermodulación o **FWM** (Four Wave Mixing)

potencia de pico del pulso

$$\gamma \equiv \text{cte. de Kerr.}$$

(... es dicho informacion)

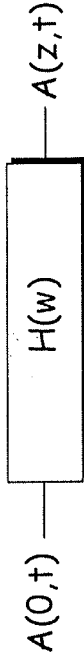
PROPAGACIÓN DE PULSOS EN RÉGIMEN LINEAL

Procedimiento

(2 pasos)

1. Análisis modal $\rightarrow H(w)$

2. Usar modelo LTI para estudiar la propagación.



PROPAGACIÓN DE PULSOS EN RÉGIMEN NO LINEAL

No es válido hablar de respuesta en frecuencia. El estudio de la propagación de un pulso no se puede hacer en dos pasos, sino en uno solo (no es posible hablar de respuesta en frecuencia!)

Ec. onda no lineal:
$$\nabla_t^2 \overline{E}_i + \frac{\partial^2 \overline{E}_i}{\partial z^2} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \overline{E}_i}{\partial t^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P_{NL,i}}{\partial t^2}$$

Buscamos solución tipo:
$$\overline{E}_{\omega_0} = A(z,t) F(r, \phi) e^{j(\omega_0 t - \beta(\omega_0)z)}$$

envelope de información



Mismo patrón del HE₁₁

$$\frac{\partial A(z,t)}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} - j \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = -j\gamma |A|^2 A$$

Solo dispersión ($\gamma = 0$)

$$\frac{\partial A(z,t)}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} - j \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = 0$$

Sólo no linealidad y $A(z,t)$

$$\frac{\partial A(z,t)}{\partial z} = -j\gamma |A|^2 A$$

solución analítica

$$A(z,t) = A(0,t) e^{j\gamma |A|^2 z}$$

$\gamma = -\gamma |A(0,t)|^2 z \rightarrow$ depende de k
evaluable
en efecto SPN
experimental

$\gamma \equiv$ coeficiente de no linealidad (0.003 (W.km⁻¹))

$|A(z,t)| = |A(0,t)| = 0$ perd. invariante en z

FIBRAS MONOMODO DE DISPERSION MODIFICADA: SINTONIZACIÓN

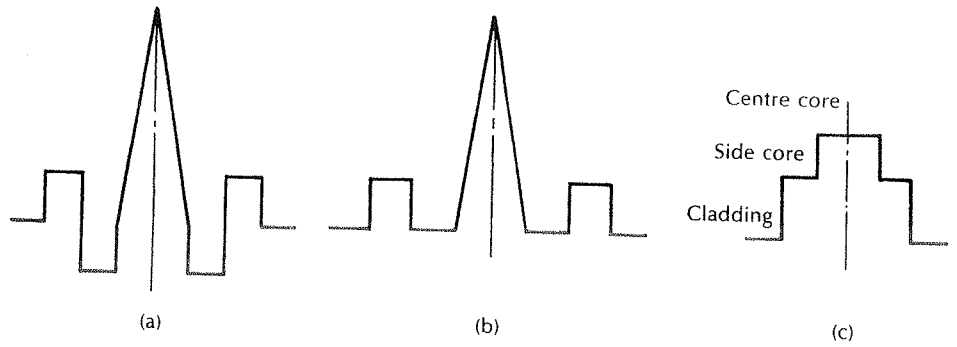
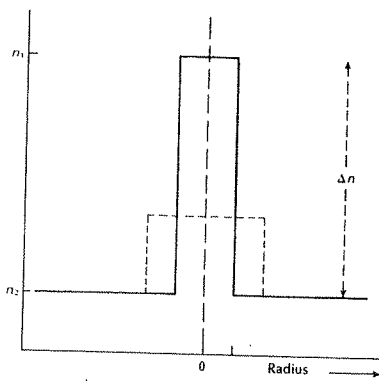


Figure 3.22 Advanced refractive index profiles for dispersion shifted fibers (a) triangular profile multiple index design; (b) segmented-core triangular profile design; (c) dual-shaped core design.

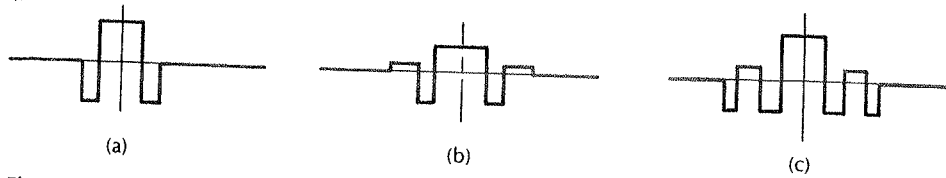
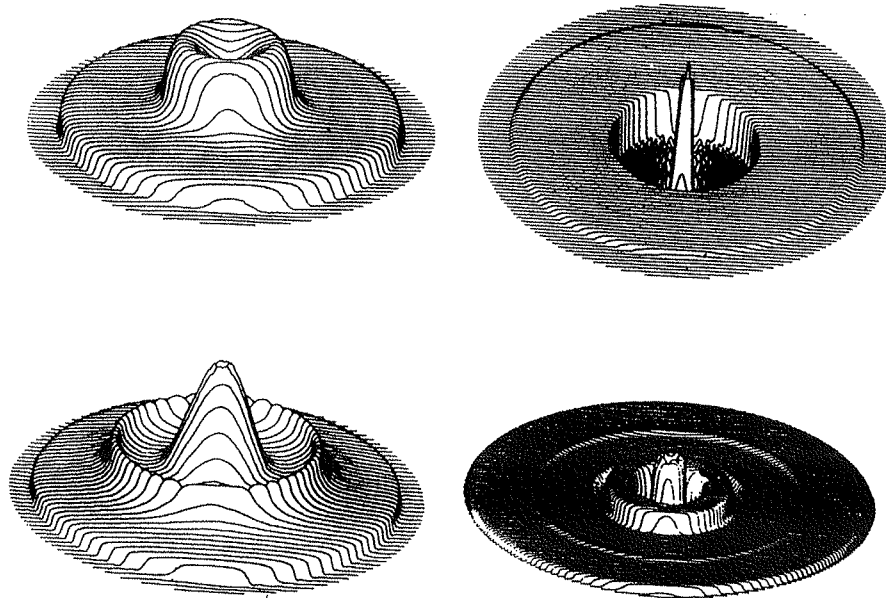
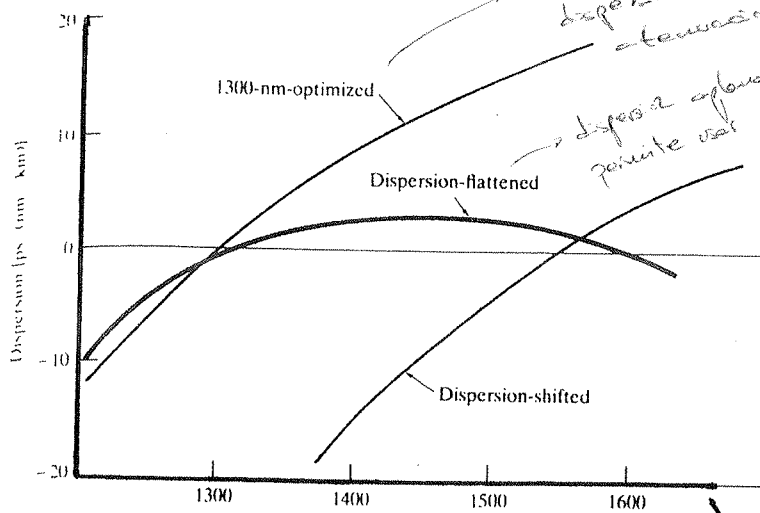


Figure 3.23 Dispersion flattened fiber refractive index profiles: (a) double clad fiber (W fiber); (b) triple clad fiber; (c) quadruple clad fiber.



$D(\lambda)$



hace coincidir el mínimo de
dispersión con el mínimo de
atenuación de la 2ª ventana.
dispersión optimizada: se ha hecho esto
permite usar las 2 ventanas

2.4.3 Total R.M.S. Pulse Width

When an optical fiber can be treated as a linear system in the way we have just discussed, then equation (2.4.11) is true irrespective of the pulse shape. This may be shown as follows.† With reference to Fig. 2.17, we will show that any pulse $h_0(t)$ having an r.m.s. pulse width σ_0 which passes through a linear system whose impulse response $h_1(t)$ has an r.m.s. pulse width σ_1 will emerge as a pulse of r.m.s. width σ_2 , where

$$\sigma_2^2 = \sigma_0^2 + \sigma_1^2 \quad (2.4.27)$$

For convenience we shall assume $h_0(t)$ and $h_1(t)$ to be normalized, that is

$$\int_{-\infty}^{\infty} h_0(t) dt = 1 \quad (2.4.28)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} h_1(t) dt = 1 \quad (2.4.29)$$

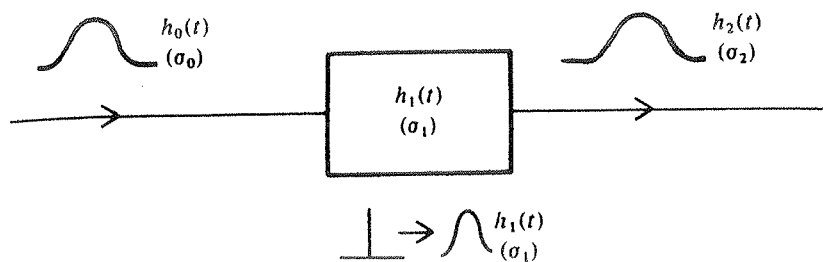


Fig. 2.17 R.M.S. pulse width.

and take the time zero to be centered on the mean time of $h_0(t)$, that is

$$\int_{-\infty}^{\infty} t h_0(t) dt = 0 \quad (2.4.30)$$

From the convolution integral for a linear network,

$$h_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_0(t - \tau) h_1(\tau) d\tau \quad (2.4.31)$$

Using the definition of r.m.s. pulse length,

$$\sigma_2^2 = \int_{-\infty}^{\infty} t^2 h_2(t) dt - \left[\int_{-\infty}^{\infty} t h_2(t) dt \right]^2 \quad (2.4.32)$$

We will evaluate the second term in equation (2.4.32) first by writing $x = t - \tau$, $dx = d\tau$, and using equation (2.4.31)

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} t h_2(t) dt &= \int_{-\infty}^{\infty} (x + \tau) \left[\int_{-\infty}^{\infty} h_0(x) h_1(\tau) d\tau \right] dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} h_1(\tau) \left[\int_{-\infty}^{\infty} (x + \tau) h_0(x) dx \right] d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} h_1(\tau) [0 + \tau] d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \tau h_1(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (2.4.33)$$

The first term in equation (2.4.32) may be evaluated using a similar substitution, namely $x = t - \tau$ so that $t^2 = x^2 + 2x\tau + \tau^2$, then

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^2 h_2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} (x^2 + 2x\tau + \tau^2) \left[\int_{-\infty}^{\infty} h_0(x) h_1(\tau) d\tau \right] dx$$

demostración de la expresión para el ensanchamiento global de un pulso por efecto combinado de las dispersiones intramodal e intermodal.

• JOHN GOWAR "OPTICAL COMMUNICATION SYSTEMS" PRENTICE HALL 1984 pp 66-68

(2.4.11)

$$\sigma = (\sigma_0^2 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2)^{1/2}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{\tau=-\infty}^{\infty} h_1(\tau) \left[\int_{x=-\infty}^{\infty} (x^2 + 2x\tau + \tau^2) h_0(x) dx \right] d\tau \\
&= \int_{\tau=-\infty}^{\infty} h_1(\tau) [\sigma_0^2 + 0 + \tau^2] d\tau \\
&= \sigma_0^2 + \int_{t=-\infty}^{\infty} t^2 h_1(t) dt \tag{2.4.34}
\end{aligned}$$

By analogy with equation (2.4.32) we may write

$$\sigma_1^2 = \int_{t=-\infty}^{\infty} t^2 h_1(t) dt - \left[\int_{t=-\infty}^{\infty} t h_1(t) dt \right]^2 \tag{2.4.35}$$

Thus, putting together equations (2.4.32–35) we obtain

$$\sigma_2^2 = \sigma_0^2 + \sigma_1^2 \tag{2.4.27}$$

This result is not dependent on the assumption of equation (2.4.30), which merely serves to simplify the algebra, and clearly it may be extended indefinitely if the output pulse is passed into further band-limiting systems. Thus, provided that material and multipath dispersion may be taken to be independent linear processes, it follows that equation (2.4.11) will apply for pulses of any physically realizable shape.

COMUNICACIONES ÓPTICAS 1. DPTO INGENIERÍA DE COMUNICACIONES
EJERCICIOS DISPERSIÓN Y NO LINEALIDAD

EJERCICIO 1

Se dispone de fuentes monocromáticas para realizar un enlace por fibra de N señales digitales en una determinada ventana. Se proponen dos estrategias:

OPCIÓN 1. Utilizar N fuentes moduladas por una sola señal cada una y realizar una multiplexación en el terreno óptico.

OPCIÓN 2. Multiplexar previamente las N señales en el terreno eléctrico y usar la señal resultante para modular una única fuente localizada en la λ central de la ventana.

Desde el punto de vista del efecto de la dispersión, ¿qué opción elegirías? Justifica tu respuesta.

Solución: Opción 1

EJERCICIO 2

Considérese un enlace digital por una fibra óptica en funcionamiento monomodo.

- a) Determinar una relación entre la anchura rms, σ_o , de los pulsos a la salida y la anchura rms, σ_i , de los pulsos de la señal de entrada asumiendo fuente óptica monocromática.
- b) Representar dicha función y justificar su comportamiento

Solución: $\sigma_o = \sqrt{\sigma_i^2 + k^2 / \sigma_i^2}$, donde 'k' es proporcional a la dispersión y a la longitud del enlace

EJERCICIO 3

Demostrar que la dispersión de primer orden definida como:

$$D(\lambda) = L^{-1} [d\tau_g(\lambda)/d\lambda]$$

se puede expresar en función de la derivada de la constante de fase respecto a la pulsación de la siguiente forma:

$$D(\lambda) = \frac{-2\pi c}{\lambda^2} \frac{d^2 \beta(\omega)}{d\omega^2}$$

Demostrar que la dispersión de segundo orden, definida como:

$$S(\lambda) = dD(\lambda)/d\lambda$$

se puede expresar en función de las derivadas de la constante de fase respecto a la pulsación, de la siguiente forma:

$$S(\lambda) = \frac{(2\pi c)^2 d^3\beta}{\lambda^4 d\omega^3} + \frac{4\pi c d^2\beta}{\lambda^3 d\omega^2}$$

EJERCICIO 4

Se desea establecer un enlace óptico digital a 2 Mbps que opere a una longitud de onda de 800 nm. para lo cual se dispone de una fibra con las siguientes características:

$$n_1 = 1.5$$

$$\Delta = 0.01$$

$$a = 45 \mu\text{m}$$

$$\alpha = 2 \text{ dB/Km} \quad \text{a } 800 \text{ nm.}$$

$$\frac{d^2n(\lambda)}{d\lambda^2} = 0.045 \mu\text{m}^{-2} \quad \text{a } 800 \text{ nm}$$

La fuente óptica tiene una anchura espectral rms de 30 nm y acopla a la fibra 3 mW de potencia media. Sabiendo que sensibilidad del receptor es de -35 dBm y a la vista de los parámetros anteriores, determinar la distancia máxima entre repetidores.

Solución: 6.7 Km. determinada por la dispersión

EJERCICIO 5

Una forma alternativa para la compensación de la dispersión de un canal es hacer uso de filtros ópticos ecualizadores situados cada L kilómetros de fibra de dispersión β_2 . Si la función de transferencia de un determinado filtro óptico es:

$$H(\omega) = e^{-\frac{(1+jb)(\omega-\omega_0)^2}{\omega_f^2}}$$

Obtenga el valor y el significado de los parámetros b y ω_f si se pretende utilizar el filtro para minimizar el efecto dispersivo de una fibra de 50 km y $\beta_2 = -2.56$ y ofrecer a la vez un ancho de banda de 300 GHz.

Solución: $\omega_f = 1.6 \text{ Trad/s}$; $b = 164$ / $\omega_f = 1.6 \text{ Trad/s}$; $b = 158$

EJERCICIO 6

Considerar un enlace óptico terrestre para la transmisión de alta velocidad en régimen monomodo y en tercera ventana óptica ($\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$). El enlace está compuesto por 150 km de fibra estándar de sílice con radio del núcleo $a = 4.2 \mu\text{m}$, índice de refracción de la cubierta $n_2 = 1.455$, diferencia relativa de índices $\Delta = 0.003$ y constante de Kerr $\gamma = 0.0037 \text{ mW}^{-1} \cdot \text{Km}^{-1}$.

La anchura espectral de la señal inyectada a la fibra viene dada por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}\sigma_\lambda(\text{nm}) &= 4/\sigma_t & \sigma_t \leq 40 \text{ ns} \\ &= 10^{-4} & \sigma_t \geq 40 \text{ ns}\end{aligned}$$

siendo σ_t la anchura temporal rms de los pulsos transmitidos (medida en picosegundos).

Se pide:

- Calcular la dispersión D expresada en $\text{ps}\cdot\text{Km}^{-1}\cdot\text{nm}^{-1}$, sabiendo que la dispersión del material del sílice es $20 \text{ ps}\cdot\text{Km}^{-1}\cdot\text{nm}^{-1}$ para $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$.
- Justificar de forma cualitativa la expresión dada para la anchura espectral de la señal transmitida.
- Despreciando los efectos de la propagación no lineal, y considerando que el sistema sólo está limitado por la dispersión, obtener una expresión para la velocidad binaria alcanzable en función de σ_t . ¿Cuál es el valor máximo alcanzable?
- Determinar la máxima potencia de pico (expresada en dBm) de los pulsos de entrada para que, considerando la longitud del enlace, la no linealidad pueda considerarse despreciable.

Nota 1 : $V \cdot d^2(V \cdot b)/dV^2 \approx 2/V^2$ para $1.75 \leq V \leq 2.25$

Solución: a) $D=15 \text{ ps}/(\text{nm km})$. c) $R = 0.2/\sqrt{\sigma_t^2 + (D \cdot L \cdot \sigma_\lambda)^2}$ donde σ_λ depende de σ_t como se indica en el enunciado. Para $\sigma_t = 95 \text{ ps}$, se obtiene $R_{\text{máx}} = 1.49 \text{ Gbps}$; d) La potencia de pico debe ser mucho menor que 2.55 dBm (1.8 mW)

0.157 mW

EJERCICIO 7

Los primeros enlaces submarinos instalados en pasada década utilizaban un régimen binario por canal de 2.5 Gbps . La fibra utilizada para la transmisión es una fibra de sílice de dispersión desplazada (*Non-Zero Dispersion Shifted Fiber*, NZDSF) que presenta una dispersión de guiado de -22 ps/nm/km en $\lambda_0 = 1550 \text{ nm}$.

- Determinar la longitud máxima que se puede alcanzar en el enlace (sin utilizar repetidores). Dato: Anchura espectral de la señal $\sigma_\lambda = 0.089 \text{ nm}$.
- ¿En qué se modificaría el resultado anterior si sabemos que la anchura eficaz de los pulsos de entrada es de 10 ps ?
- Estos enlaces hacían uso de fibra de dispersión convencional o standard con objeto de compensar totalmente el efecto dispersivo de la fibra NZDSF en $\lambda_0 = 1550 \text{ nm}$. Obtener la longitud de la fibra convencional necesaria si sabemos que es de sílice y de dispersión de guiado de -2 ps/nm/km en $\lambda_0 = 1550 \text{ nm}$.

- d) Considerar ahora el efecto de las pérdidas de 0.2 dB/Km en ambas fibras. Si se pretende compensar totalmente la atenuación entre transmisor y receptor, determinar cuántos amplificadores EDFA de 20 dB de ganancia deberían emplearse. Representar de forma esquemática una posible estructura del sistema.
- e) Considerar a continuación que la dispersión $D(\lambda)$ se puede considerar lineal con λ con una pendiente (ó dispersión de segundo orden) de valor $dD(\lambda)/d\lambda = 0.1$ ps/nm²/km en $\lambda_0 = 1550$ nm para ambas fibras. Si se considera un espaciado entre canales de 0.4 nm (50 GHz), ¿cuál es el número máximo de canales de 2.5 Gbps que se pueden transmitir en el enlace atendiendo únicamente al efecto de la dispersión? ¿Sería crítico el efecto no lineal de FWM?

Solución: a) $L_1 = 450$ km; b) $L_2 = 50$ km. c) Son necesarios 5 EDFA's
 d) 91 canales. No es crítico, pues no se transmite alrededor de la longitud de onda de β_2 nula.

EJERCICIO 8

Al transmitir N canales por una fibra en régimen no lineal, se generarán M productos de intermodulación (PIM) próximos a las bandas de señal a frecuencias f_{ijk} , donde:

$$M = \frac{1}{2}(N^3 - N^2) \quad f_{ijk} = f_i + f_j - f_k \quad i, j, k = 1..N \quad k \neq i, j$$

- a) Considérese la propagación WDM de tres canales a frecuencias ópticas f_1 , f_2 y f_3 ($f_1 < f_2 < f_3$). Obtenga el número de productos de intermodulación que interferirán con canales de señal si se considera que los canales están equiespaciados en Δf .
- b) De tener que ubicar los tres canales equiespaciados en una fibra de dispersión desplazada (DSF), ¿donde lo haría?. Razone la respuesta.
- 1-Todos a longitudes de onda menor de la de dispersión nula
 - 2-Situar el canal central coincidiendo con la longitud de onda de dispersión nula
 - 3-Todos a longitudes de onda mayor de la de dispersión nula
- c) Una forma sencilla de reducir el efecto no lineal de FWM es la técnica de espaciado desigual de canales. Si la aplicación de esta técnica al sistema de tres canales consiste en situar los canales según las siguientes relaciones:

$$f_2 - f_1 = \Delta f \quad f_3 - f_2 = 2 \cdot \Delta f$$

Deduzca las ventajas e inconvenientes de la aplicación de ésta técnica.

Solución. a) f_{223} , f_{312} , f_{221} b) Opción 3 por reducir efecto FWM y porque para $D > 0$ se compensan (en parte) el efecto dispersivo y el no lineal SPM dentro de cada canal d) No caen PIM en canales de señal (no hay, por lo tanto, interferencias) aunque se produce degradación en el nivel de cada canal de señal

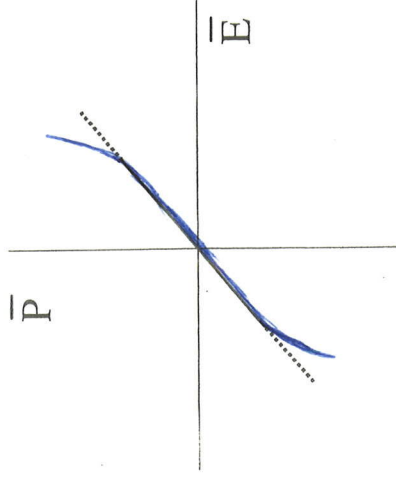
ORIGEN FÍSICO DE LA NO LINEALIDAD

La polarización de las moléculas de un dieléctrico ante un campo eléctrico no es lineal

$$\bar{P} = \chi^{(1)} \bar{E} + \chi^{(3)} \bar{E}^3 = \bar{P}_L + \bar{P}_{NL} \rightarrow \bar{D} = \epsilon_0 \bar{E} + \bar{P}$$

$$n = n(\omega, E) \Rightarrow$$

$$\beta = \beta(\omega, E)$$



¿CUÁNDO ES SIGNIFICATIVA?

Pulsos de potencia elevada

Longitud de dispersión:

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}$$

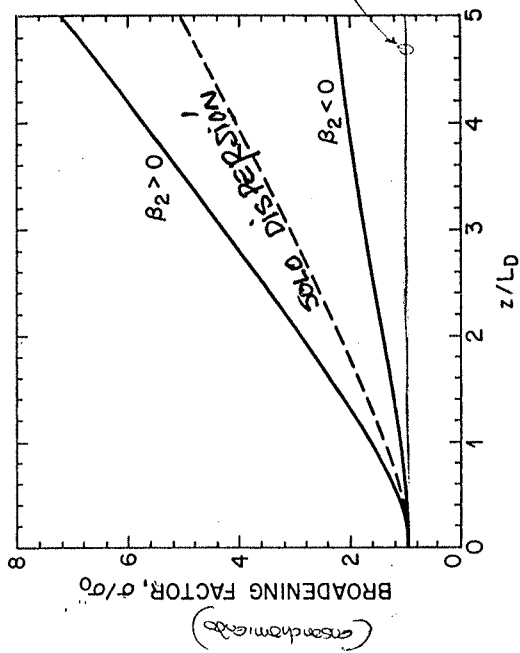
Longitud de no linealidad:

$$L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0}$$

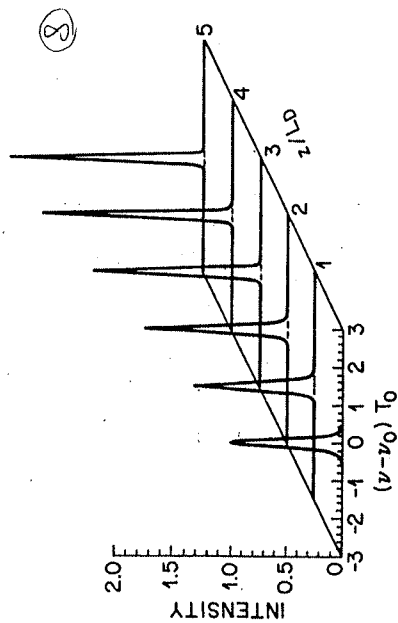
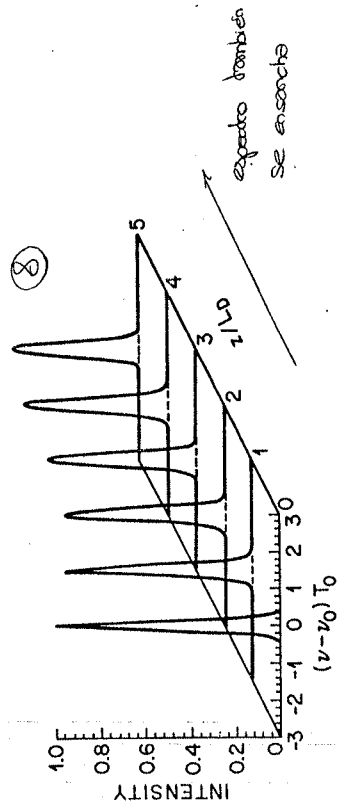
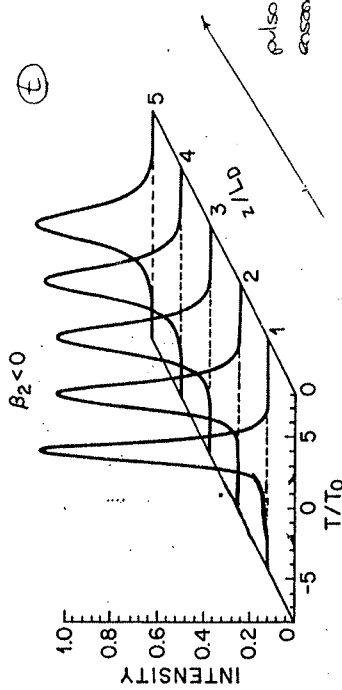
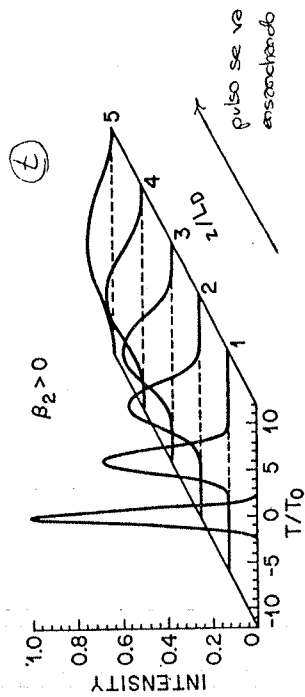
¿QUÉ EFECTOS TIENE?

- Sistema Monocanal: Efecto **SPM** (Self Phase Modulation) → ensancha espectro
Generación de armónicos → caen fuera de banda
- Sistema Multicanal (WDM): Generación de Productos de Intermodulación o **FWM** (Four Wave Mixing)

INTERACCIÓN SPM y GVD



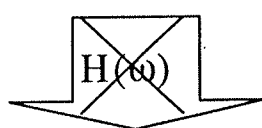
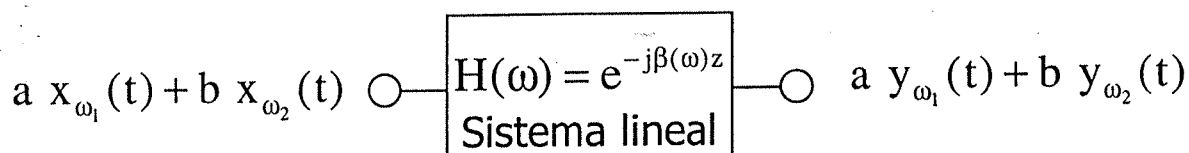
caso de compensación total: solitones



65

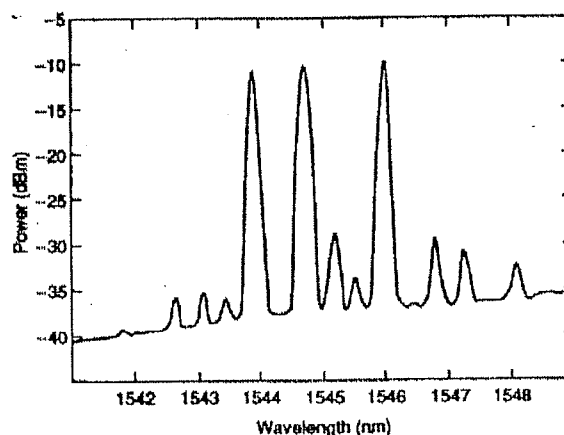
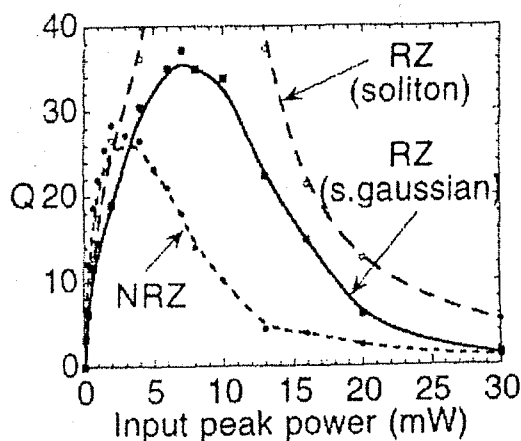
La Fibra Óptica en Régimen No LinealFibra óptica en régimen lineal:

- Validez principio superposición
- Frecuencia haces luz no se alteran a su paso por el medio
- No hay interacción entre haces de luz
- Propiedades medio óptico independientes intensidad



Distorsión no lineal

$$y(t) = F\{k_1 x(t) + k_2 x^2(t) + \dots\}$$

Fibra óptica en régimen no lineal:

$$\uparrow Q \Rightarrow \downarrow P_e ; Q=6 \Rightarrow P_e=10^{-9}$$

- No es valido principio superposición
- Frecuencia haces de luz varían en su propagación
- Haces de luz interactúan entre ellos
- Propiedades medio se modifican por intensos campos incidentes

La propagación sobre largas distancias de intensos pulsos de luz confinados en una estrecha sección de dieléctrico experimenta efectos no lineales

La Fibra Óptica en Régimen No Lineal

- Ecuación onda

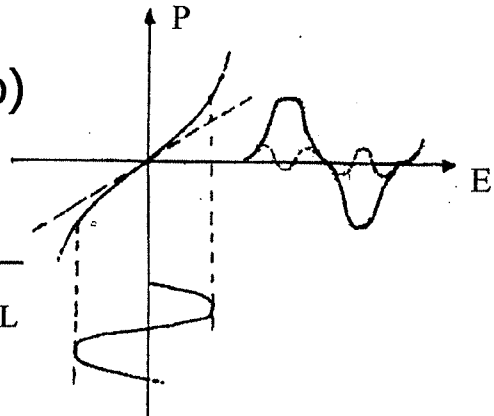
$$\nabla^2 \bar{E}_i - \mu_o \frac{\partial^2 \bar{D}_i}{\partial t^2} = 0$$

- Relación constitutiva del medio dieléctrico (campo monocromático)

$$\bar{P} = \chi^{(1)}(\omega) \bar{E} + \chi^{(3)} \bar{E}^3 = \bar{P}_L + \bar{P}_{NL}$$

$$\bar{D} = \epsilon_o \bar{E} + \epsilon_o \bar{P} = \epsilon_o n^2(\omega) \bar{E} + \epsilon_o \bar{P}_{NL}$$

$$n^2(\omega) = 1 + \chi^{(1)}(\omega); P_{NL} = \chi^{(3)} E^3$$



- Ecuación de ondas no lineal

$$\nabla_t^2 \bar{E}_i + \frac{\partial^2 \bar{E}_i}{\partial z^2} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{E}_i}{\partial t^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \bar{P}_{NLi}}{\partial t^2}$$

- Solución para fibra monomodo de salto de índice pequeño:

$$\bar{E} = \hat{x} F(r, \phi) A(z) e^{j(\omega t - \beta(\omega)z)}$$

A) Ec. transversal de campo: $\beta(\omega)$, perfil gaussiano

$$\nabla_t^2 F + (k_i^2 - \beta^2(\omega)) F = 0 \quad F(r, \phi) = J_0(h_1 r) \cong e^{-\frac{r^2}{w_a^2}}$$

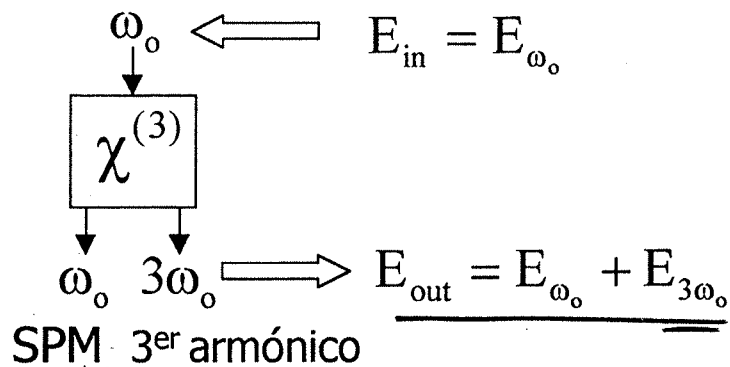
B) Ecuación de propagación del campo:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} + \beta^2(\omega) E = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2}$$

$$\text{Si } P_{NL} = 0 \Rightarrow \frac{\partial A}{\partial z} = 0$$

Efectos no lineales en la propagación monocanal

Término de polarización no lineal modifica propagación onda incidente (efecto SPM) y contribuye a generación de tercer armónico.



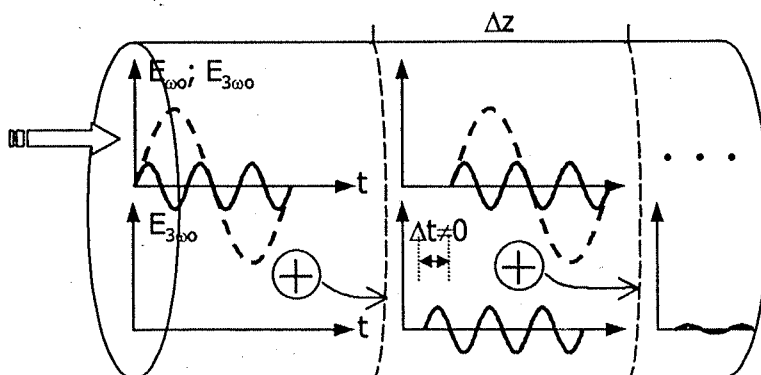
Generación 3er armónico por polarización no lineal no es efectiva por:

- En banda visible/ultravioleta ($\lambda \approx 0.4-0.5 \mu m$) con elevada atenuación
- Sin concordancia de fase

Concepto de concordancia de fase (*phase-matching*)

Descripción cualitativa: Si discretizamos eje espacial (cuantos Δz), el retardo temporal entre la onda continuamente generada (por no linealidad) a $3\omega_o$ y la onda incidente ω_o será:

$$\Delta t = z \left(\frac{\beta(3\omega_o)}{3\omega_o} - \frac{\beta(\omega_o)}{\omega_o} \right) = \frac{z}{3\omega_o} \Delta\beta; \text{ con } \Delta\beta = \beta(3\omega_o) - 3\beta(\omega_o)$$



- ☑ Si $\Delta\beta=0$ (concordancia fase), hay interferencia constructiva y una eficiente transferencia de energía a la nueva onda.
- ☑ Sin concordancia de fase, se termina produciendo interferencia destructiva.

Efectos no lineales en la propagación monocanal

Efecto automodulación de fase (SPM, self-phase modulation)

Para la onda de entrada a ω_0 , la ecuación de ondas se reduce a:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -j\gamma |A|^2 A$$

que presenta como solución, si se considera pulsos cuasi-monocromáticos $A(z, t)$:

$$\underline{A(z, t) = A(0, t) e^{j\phi_{NL}(z, t)} ; \quad \phi_{NL}(z, t) = -\gamma |A(0, t)|^2 z}$$

- Valores típicos coeficiente de no linealidad $\gamma = 0.002 - 0.003 \text{ (mW} \cdot \text{Km)}^{-1}$
- Perfil intensidad invariante con propagación: $|A(z, t)|^2 = |A(0, t)|^2$
- Punto partida habitual: $\beta = \beta(\omega) + \gamma |A|^2 \implies n(\omega, |E|^2) = n(\omega) + n_{NL} |A|^2$
- Se agrupan coeficientes en "coeficiente de no linealidad" γ que caracteriza la no linealidad fibra :

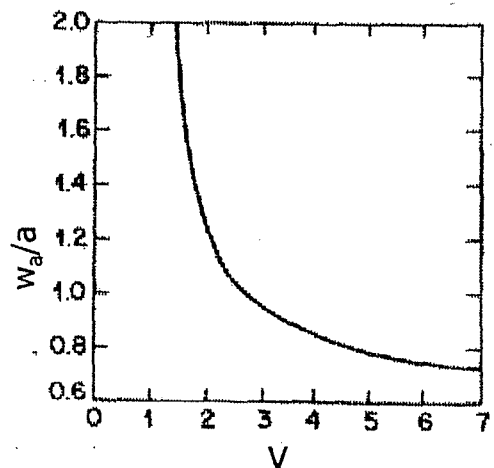
$$\gamma \propto \frac{\omega_0 \chi^{(3)}}{A_{eff}}$$

- Donde A_{eff} es la área transversal efectiva del perfil del modo fundamental LP_{01}

$$A_{eff} = \pi w_a^2 \quad F(r, \phi) \approx e^{-\frac{r^2}{w_a^2}}$$

- Incluye factor de escalado de forma que:

$$P(z) = |A(z)|^2 [\text{mW}]$$



- Actualmente en desarrollo fibras LEAF (Large Effective Area Fiber)

Efectos no lineales en la propagación monocanal

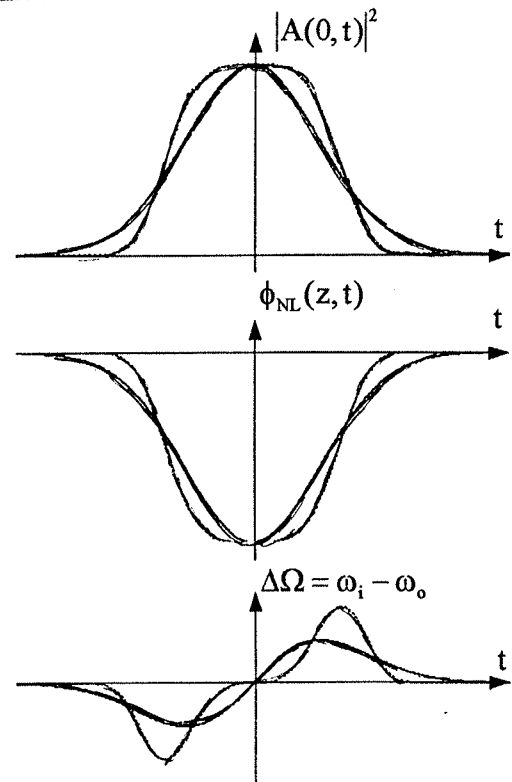
Efecto automodulación de fase (continuación)

$$A(z, t) = A(0, t) e^{j\phi_{NL}(z, t)}; \quad \phi_{NL}(z, t) = -\gamma |A(0, t)|^2 z$$

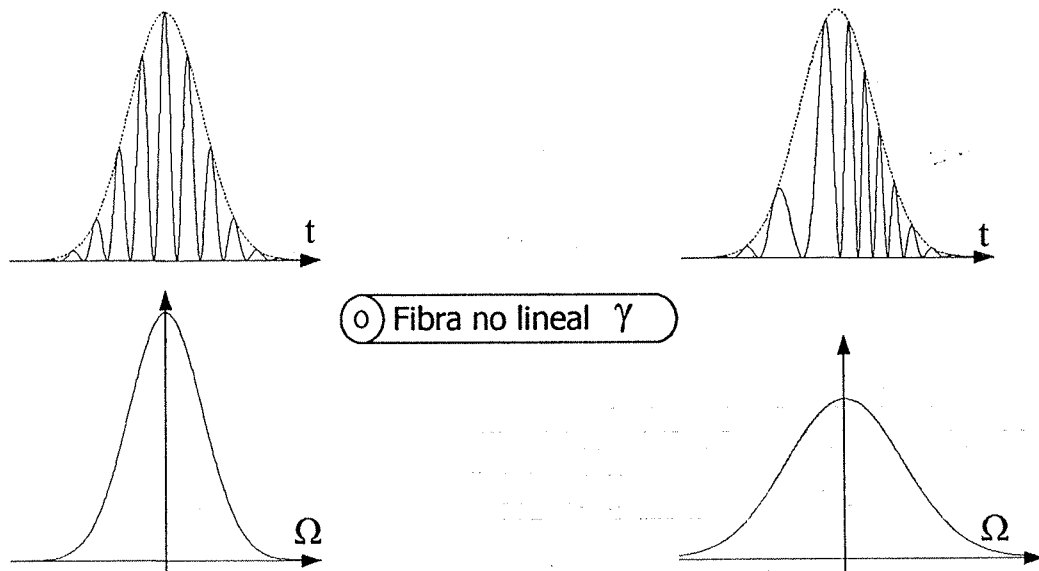
- Fase no lineal proporcional al perfil de intensidad (SPM) y proporcional distancia

- Variación frecuencia instantánea del pulso sobre portadora ("chirp" positivo)

$$\Delta\Omega = \frac{\partial\phi_{NL}(z, t)}{\partial t} = -\gamma \frac{\partial |A(0, t)|^2}{\partial t} z$$

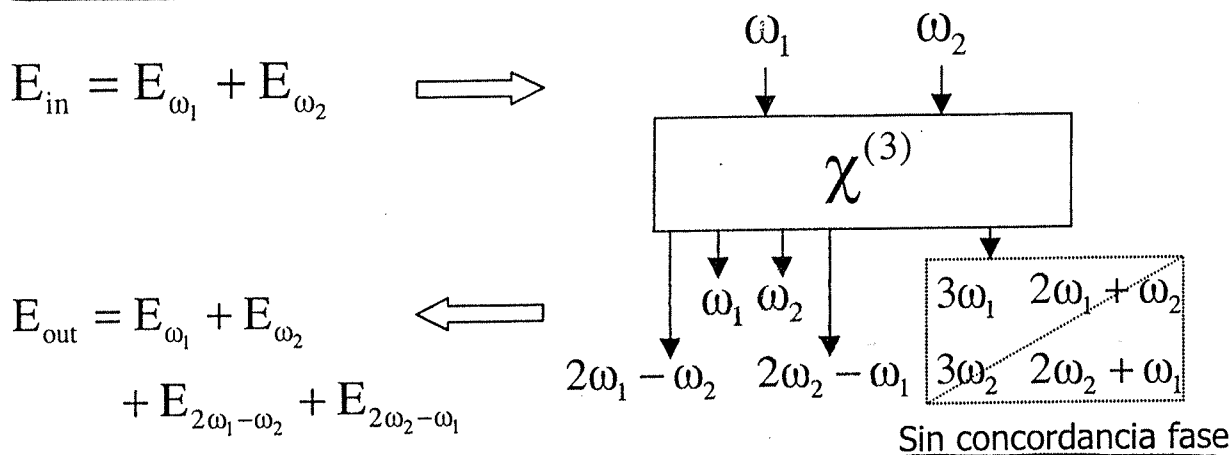


- Efecto dispersivo se agravará al interactuar con SPM si $\beta_2 > 0$ ó se reducirá si $\beta_2 < 0$



Efectos no lineales en la propagación multicanal

Veamos el caso más sencillo de la interacción no lineal en la propagación de dos canales que cumplen aproximación banda estrecha $BW_T < \omega_0$.



No se generarán de manera efectiva nuevas ondas a frecuencias...

$$\omega_3 = 2\omega_1 - \omega_2$$

$$\omega_4 = 2\omega_2 - \omega_1$$

si no hay concordancia de fase $\Delta\beta \neq 0$:

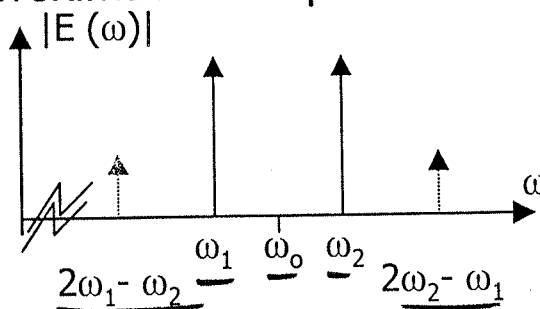
$$\Delta\beta = 2\beta(\omega_1) - \beta(\omega_2) - \beta(\omega_3)$$

$$\Delta\beta = 2\beta(\omega_2) - \beta(\omega_1) - \beta(\omega_4)$$

Si desarrollamos $\beta(\omega)$ según aproximación de primer orden:

$$\Delta\beta = \beta_2 (\omega_1 - \omega_2)^2$$

Ej. $\beta_2 = 1 \text{ ps}^2/\text{Km}$, $\omega_1 - \omega_2 = 50 \text{ GHz}$
 $\Rightarrow \Delta\beta = 0.1$



- Este efecto, llamado FWM (Four Wave Mixing), limita transmisión WDM si se opera cerca de la longitud de dispersión nula (Ej. fibras DSF). Puede causar interferencias y pérdida potencia.
- Solución actual es la compensación de dispersión.
- Efecto parecido se produce por batidos señal-ruido en un sólo canal (inestabilidad modulación)

Ecuación de propagación de la envolvente óptica

Evolución de la envolvente temporal del pulso $A(z,t)$ según el mecanismo de degradación de la fibra óptica monomodo:

$$E_{\omega_0} = \hat{x}F(r, \phi)A(z, t)e^{j(\omega_0 t - \beta(\omega_0)z)}$$

- Dispersión (aprox. 1^{er} orden): $\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} - j \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = 0$
- No linealidad (SPM): $\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} = -j\gamma|A|^2 A$

De la combinación de estos mecanismos, resulta la ec. propagación de la envolvente óptica en fibra dispersiva y no lineal:

$$\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} - j \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = -j\gamma|A|^2 A$$

Ecuación. NLS ó Ec. No lineal de Schrödinger

Para comprobar a partir de qué distancia actúan los efectos dispersivos y no lineales según los parámetros del pulso - P_0 (potencia pico pulso), T_0 (medida anchura pulso)- y de la fibra, procederemos a normalizar la ecuación NLS:

1.- Eje temporal móvil a la velocidad de grupo $T = t - z\beta'$

2.- Escalado temporal $\tau = \frac{T}{T_0}$ 3.- Escalado de amplitud $U(z, \tau) = \frac{A(z, t)}{\sqrt{P_0}}$

$$\frac{\partial U(z, \tau)}{\partial z} - \frac{j}{2L_D} \text{sign}(\beta_2) \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} = -j \frac{|U|^2 U}{L_{NL}}$$

Dispersión

No linealidad

Escalas

$$\left\{ \begin{array}{ll} L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|} & \text{Longitud dispersión} \\ L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0} & \text{Longitud no linealidad} \end{array} \right.$$

(ponderan efecto dispersivos y no lineales en la propagación)

Ecuación de propagación de la envolvente óptica

Tres escalas de interés para las distancias:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Longitud dispersión} & L_D = \frac{T_o^2}{|\beta_2|} \\ \text{Longitud no linealidad} & L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_o} \\ \text{Longitud del tramo óptico} & L \end{array} \right.$$

Cuatro situaciones según la relación entre ellas:

1.- $L \ll L_{NL}, L_D$ Ni la dispersión ni la no-linealidad limitan propagación

$$\frac{\partial U(z, \tau)}{\partial z} \approx 0 \Rightarrow U(z, \tau) = U(0, \tau) \text{ Sin distorsión}$$

Ej. $\lambda = 1.55 \mu\text{m} \Rightarrow$ Fibra convencional $|\beta_2| = 20 \text{ ps}^2/\text{km}$, $\gamma = 0.002 \text{ (mW} \cdot \text{Km)}^{-1}$

Si $L \leq 50 \text{ km} \Rightarrow L_D, L_{NL} \geq 500 \text{ Km} \rightarrow T_o \geq 100 \text{ ps}$, $P_o \leq 1 \text{ mW}$

2.- $L_D \leq L \ll L_{NL}$ Evolución pulsos limitada por dispersión

3.- $L_{NL} \leq L \ll L_D$ Evolución pulsos limitada por no linealidad

4.- $L \geq L_D, L_{NL}$ Evolución pulsos condicionado por interacción efectos dispersivos y no lineales

- SPM genera nuevas componentes frecuenciales: bajas en el frontal del pulso y altas en la cola

- Dispersión $\left\{ \begin{array}{l} \beta_2 > 0 \text{ Frecuencias bajas viajan más rápidas que las altas} \\ \text{Pulso se ensancha temporalmente a mayor ritmo} \\ \beta_2 < 0 \text{ Pulso se ensancha temporalmente a menor ritmo al} \\ \text{compensarse en parte ambos efectos} \end{array} \right.$

¿Es posible compensación perfecta efectos dispersivos y no lineales?

Solitón

Si $\beta_2 < 0$, la ecuación de la envolvente óptica admite una solución de pulso que se propaga sin distorsión -solitón- como resultado de la total compensación de los efectos dispersivos y no lineales.

Requiere:

- Efectos dispersivos/no-lineales actúen en la misma escala

$$\underline{L_{NL} = L_D} \Rightarrow \frac{P_o T_o^2 \gamma}{|\beta_2|} = 1$$

- Perfil de pulso secante hiperbólico

Efectivamente si:

$$P_o T_o^2 = \gamma |\beta_2|$$

$$A_o \operatorname{sech}\left(\frac{t}{T_o}\right)$$

Ec.NLS (sin pérdidas)

β_2, γ , Longitud z

$$|A(z, t)| = A_o \operatorname{sech}\left(\frac{t - z\beta_1}{T_o}\right)$$

• Perfil de intensidad invariante con z

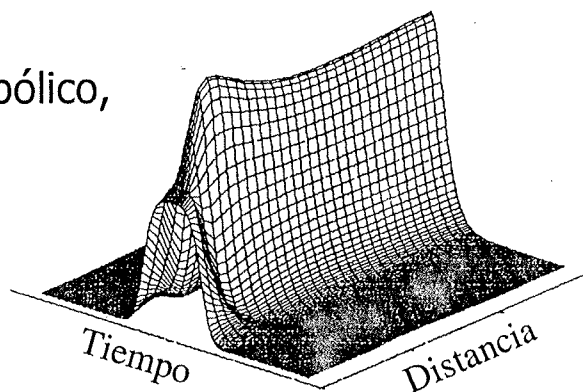
• Si pulso de entrada no es secante hiperbólico, evoluciona al perfil solución si tiene la suficiente energía $\underline{P_o T_o^2 \geq \gamma |\beta_2|}$

• Propagación transparente bajo transmisión WDM

• Resuelve problema dispersión/no-linealidad, pero no atenuación
Requiere distancia corta entre amplificadores $\underline{z_a}$ (efecto perturbativo)

$$\underline{z_a \ll L_D = L_{NL}}$$

Efectos de la amplificación óptica limitan eficiencia sistemas solitónicos



→ MAY-2002. Separación de unos 30km, vs. ~100km de técnicas normales con dispersión

RELACION TEMA 4

Ejercicio 4

$$\begin{array}{lcl}
 R = 2 \text{ Mbps} & & \\
 \lambda = 800 \text{ nm} & & \\
 \text{fibra} \left\{ \begin{array}{l} u_1 = 1.5 \\ \Delta = 0.01 \\ a = 45 \mu\text{m} \\ \alpha = 2 \text{ dB/km a } 800 \text{ nm} \\ \frac{d^2 n(\lambda)}{d\lambda^2} = 9.045 \mu\text{m}^{-2} \text{ a } 800 \text{ nm} \end{array} \right. \\
 \text{fuente} \left\{ \begin{array}{l} \sigma_\lambda = 30 \text{ nm} \\ P_F = 3 \text{ mW (inyectada en la fibra)} \end{array} \right.
 \end{array}$$

$$P_{R_{\text{min}}} = -35 \text{ dBm} = \text{sensibilidad}$$

¿distancia máxima entre repetidores?

• efecto de la atenuación:

$$P_F = 3 \text{ mW} = 4.77 \text{ dBm}$$

$$P_F - P_{R_{\text{min}}} = 39.77 \text{ dBm}$$

$$\Rightarrow \frac{P_F - P_{R_{\text{min}}}}{\alpha} = 19.89 \text{ km}$$

• efecto de la dispersión:

$$V = \frac{2\pi f}{c_0} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad a = 74.79 > 2.14 \Rightarrow \text{multimodo}$$

$$\sigma^2 = (D_m L \sigma_\lambda)^2 + \left(\frac{L u_1 \Delta}{2\sqrt{3} c_0} \right)^2$$

$$T_{\text{bit}} > 5 T_{\text{max}} \quad R = \frac{0.12}{T_{\text{max}}}$$

$$\sigma_{\text{max}} = 100 \text{ ns}$$

$$\left(\frac{\sigma}{L} \right)^2 = (D_m \sigma_\lambda)^2 + \left(\frac{u_1 \Delta}{2\sqrt{3} c_0} \right)^2 = \left(- \frac{\lambda}{c_0} \frac{d^2 n(\lambda)}{d\lambda^2} \right)^2 \sigma_\lambda^2 + \left(\frac{u_1 \Delta}{2\sqrt{3} c_0} \right)^2$$

$$\boxed{L = 6.7 \text{ km}}$$

69

4-TEL84P.

0,18€
295.52

COMUNICACIONES ÓPTICAS 1. DPTO INGENIERÍA DE COMUNICACIONES
EJERCICIOS DISPERSIÓN Y NO LINEALIDAD

(orden sugerido: 4, 2, 1, 3, 6, 7) + 5, 8, 9 opc.

✓ + EJERCICIO 1

Se dispone de fuentes monocromáticas para realizar un enlace por fibra de N señales digitales en una determinada ventana. Se proponen dos estrategias:

OPCIÓN 1. Utilizar N fuentes moduladas por una sola señal cada una y realizar una multiplexación en el terreno óptico.

OPCIÓN 2. Multiplexar previamente las N señales en el terreno eléctrico y usar la señal resultante para modular una única fuente localizada en la λ central de la ventana.

Desde el punto de vista del efecto de la dispersión, ¿qué opción elegirías? Justifica tu respuesta.

Solución: Opción 1

✓ + EJERCICIO 2

Considérese un enlace digital por una fibra óptica en funcionamiento monomodo.

- Determinar una relación entre la anchura rms, σ_o , de los pulsos a la salida y la anchura rms, σ_i , de los pulsos de la señal de entrada asumiendo fuente óptica monocromática.
- Representar dicha función y justificar su comportamiento

Solución: $\sigma_o = \sqrt{\sigma_i^2 + k^2 / \sigma_i^2}$, donde 'k' es proporcional a la dispersión y a la longitud de el enlace

✓ * EJERCICIO 3

Demostrar que la dispersión de primer orden definida como:

$$D(\lambda) = L^{-1} [d\tau_g(\lambda)/d\lambda]$$

se puede expresar en función de la derivada de la constante de fase respecto a la pulsación de la siguiente forma:

$$D(\lambda) = \frac{-2\pi c}{\lambda^2} \frac{d^2 \beta(\omega)}{d\omega^2}$$

Demostrar que la dispersión de segundo orden, definida como:

$$S(\lambda) = dD(\lambda)/d\lambda$$

se puede expresar en función de las derivadas de la constante de fase respecto a la pulsación, de la siguiente forma:

$$S(\lambda) = \frac{(2\pi c)^2}{\lambda^4} \frac{d^3\beta}{d\omega^3} + \frac{4\pi c}{\lambda^3} \frac{d^2\beta}{d\omega^2}$$

✓ ✕ EJERCICIO 4

Use desea establecer un enlace óptico digital a 2 Mbps que opere a una longitud de onda de 800 nm. para lo cual se dispone de una fibra con las siguientes características:

$$n_1 = 1.5$$

$$\Delta = 0.01$$

$$a = 45 \mu\text{m}$$

$$\alpha = 2 \text{ dB/Km} \quad \text{a } 800 \text{ nm.}$$

$$\frac{d^2n(\lambda)}{d\lambda^2} = 0.045 \mu\text{m}^{-2} \quad \text{a } 800 \text{ nm}$$

La fuente óptica tiene una anchura espectral rms de 30 nm y acopla a la fibra 3 mW de potencia media. Sabiendo que sensibilidad del receptor es de -35 dBm y a las vista de los parámetros anteriores, determinar la distancia máxima entre repetidores.

Solución: 6.7 Km. determinada por la dispersión

✓ ✕ EJERCICIO 5

Una forma alternativa para la compensación de la dispersión de un canal es hacer uso de filtros ópticos ecualizadores situados cada L kilómetros de fibra de dispersión β_2 . Si la función de transferencia de un determinado filtro óptico es:

$$H(\omega) = e^{-\frac{(1+jb)(\omega-\omega_f)^2}{\omega_f^2}}$$

Obtenga el valor y el significado de los parámetros b y ω_f si se pretende utilizar el filtro para minimizar el efecto dispersivo de una fibra de 50 km y $\beta_2 = -2.56$ y ofrecer a la vez un ancho de banda de 300 GHz.

Solución: $\omega_f = 1.6\pi \text{ rad/s}$; $b = 158$

✓ ✕ EJERCICIO 6

Considerar un enlace óptico terrestre para la transmisión de alta velocidad en régimen monomodo y en tercera ventana óptica ($\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$). Cada vano está compuesto por 150 km de fibra estándar de sílice con radio del núcleo $a = 4.2 \mu\text{m}$, índice de refracción de la cubierta $n_2 = 1.455$, diferencia relativa de índices $\Delta = 0.003$ y constante de Kerr $\gamma = 0.0037 \text{ mW}^{-1} \cdot \text{Km}^{-1}$.

La anchura espectral de la señal inyectada a la fibra viene dada por la siguiente expresión:

$$\sigma_\lambda(\text{nm}) = \begin{cases} 4/\sigma_1 & \sigma_1 \leq 40 \text{ ns} \\ 10^{-4} & \sigma_1 \geq 40 \text{ ns} \end{cases} \quad \sigma_1 \text{ en psg}$$

siendo σ_1 la anchura temporal rms de los pulsos transmitidos (medida en picosegundos).

Se pide:

- Calcular la dispersión D expresada en $\text{ps} \cdot \text{Km}^{-1} \cdot \text{nm}^{-1}$, sabiendo que la dispersión del material del sílice es $20 \text{ ps} \cdot \text{Km}^{-1} \cdot \text{nm}^{-1}$ para $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$.
- Justificar de forma cualitativa la expresión dada para la anchura espectral de la señal transmitida.
- Despreciando los efectos de la propagación no lineal, y considerando que el sistema sólo está limitado por la dispersión, obtener una expresión para la velocidad binaria alcanzable en función de σ_1 . ¿Cuál es el valor máximo alcanzable?
- Para la velocidad de transmisión obtenida en el apartado anterior, determinar la potencia de pico máxima (expresada en dBm) de los pulsos de entrada para que la no linealidad siga siendo despreciable frente a la dispersión.

Nota 1 : $V \cdot d^2(V \cdot b)/dV^2 \approx 2/V^2$ para $1.75 \leq V \leq 2.25$

Solución: a) $D = 15 \text{ ps}/(\text{nm km})$. c) $R = 0.2/\sqrt{\sigma_1^2 + (D \cdot L \cdot \sigma_\lambda)^2}$ donde σ_λ depende de σ_1 como se indica en el enunciado. Para $\sigma_1 = 95 \text{ ps}$, se obtiene $R_{\text{máx}} = 1.48 \text{ Gbps}$; d) La potencia de pico debe ser mucho menor que -2.4 dBm (0.57 mW)

✓ EJERCICIO 7

Los primeros enlaces submarinos instalados en pasada década utilizaban un régimen binario por canal de 2.5 Gbps . La fibra utilizada para la transmisión es una fibra de sílice de dispersión desplazada (*Non-Zero Dispersion Shifted Fiber*, NZDSF) que presenta una dispersión de guiado de -22 ps/nm/km en $\lambda_0 = 1550 \text{ nm}$.

- Determinar la longitud máxima que se puede alcanzar en el enlace (sin utilizar repetidores). Dato: Anchura espectral de la señal $\sigma_\lambda = 0.089 \text{ nm}$.
- ¿En qué se modificaría el resultado anterior si sabemos que la anchura eficaz de los pulsos de entrada es de 10 ps ?
- Estos enlaces hacían uso de fibra de dispersión convencional o standard con objeto de compensar totalmente el efecto dispersivo de la fibra NZDSF en $\lambda_0 = 1550 \text{ nm}$. Obtener la longitud de la fibra convencional necesaria si sabemos que es de sílice y de dispersión de guiado de -2 ps/nm/km en $\lambda_0 = 1550 \text{ nm}$.

- d) Si se dispone de amplificadores EDFA de 20 dB ganancia en potencia y se pretende obtener un enlace de 1500 km, represente de forma aproximada el aspecto del sistema resultante. Considere una atenuación de 0.2 dB/Km en las fibras.
- e) Considere a continuación una pendiente de dispersión (ó dispersión de segundo orden) para ambas fibras de valor $dD(\lambda)/d\lambda=0.1$ ps/nm²/km. Si se considera un espaciado entre canales de 0.4 nm (50 GHz), ¿cuál es el número máximo de canales que se pueden transmitir en el enlace de 1500 km atendiendo únicamente a la dispersión? ¿Sería crítico el efecto no lineal de FWM?

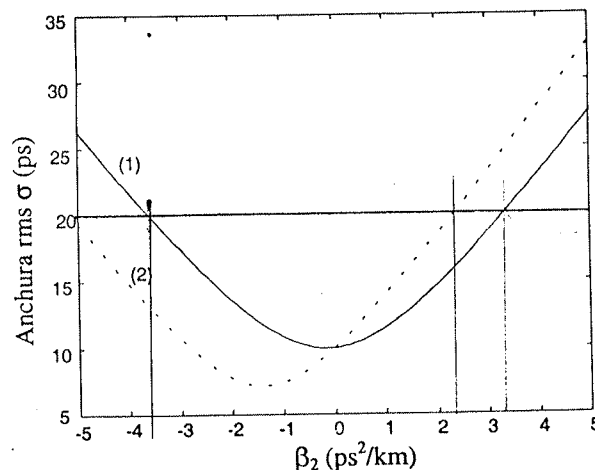
← también hacer con 500 km

Solución: a) $L_1=450$ km; b) Nada c) $L_2=50$ km. d) Son necesarios 15 EDFA's
e) 31 canales. No es crítico, pues no se transmite alrededor de la longitud de onda de β_2 nula.

✓ EJERCICIO 8

En la siguiente gráfica se muestra la evolución de la anchura eficaz de un pulso gaussiano (sin chirp inicial) tras la propagación en una fibra no lineal de 100 km, en función de su coeficiente de dispersión β_2 . La curva (1) corresponde a una potencia de pico de 1 mW mientras que la curva (2) corresponde a una potencia de pico de 10 mW.

Dato: Coeficiente de no linealidad $\gamma=0.002$ (mW·Km)⁻¹



- a) Justifique la evolución de la anchura descrita en las curvas (1) y (2).
b) ¿Cuál es aproximadamente el valor de β_2 máximo admisible en uno y otro caso para transmitir a un régimen binario de 10 Gbps?. Justifique los criterios adoptados.

Solución: a) Curva (1) Efecto no lineal despreciable $L=100$ km $< L_{NL}=500$ km
Dispersión ocasiona ensanchamiento del pulso
Curva (2) Efecto no lineal apreciable $L=100$ km $> L_{NL}=50$ km
Dispersión con $\beta_2 > 0$ incrementa ensanchamiento del pulso
b) Para $\sigma_{max}=20$ ps, curva (1) $|\beta_2|_{max}=3.5$ ps²/km; curva (2) $-5 < \beta_2 < 2.5$

✓ EJERCICIO 9

Al transmitir N canales por una fibra en régimen no lineal, se generarán M productos de intermodulación (PIM) próximos a las bandas de señal a frecuencias f_{ijk} , donde:

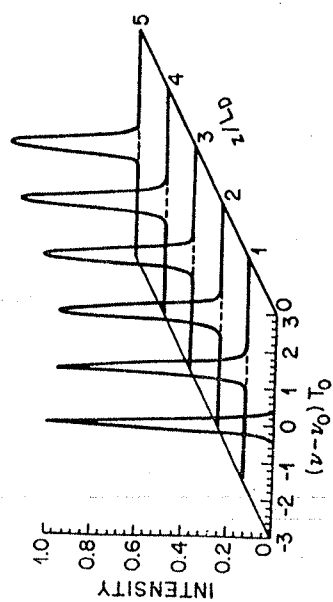
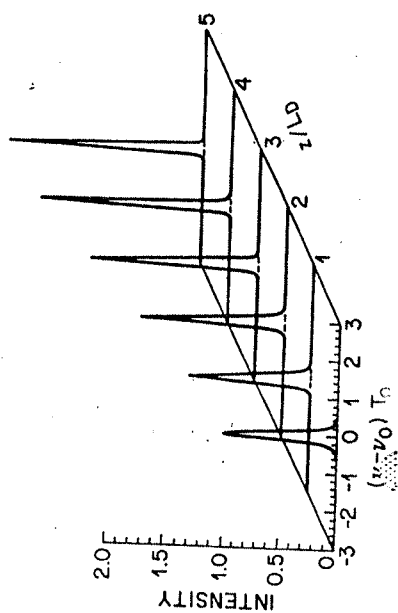
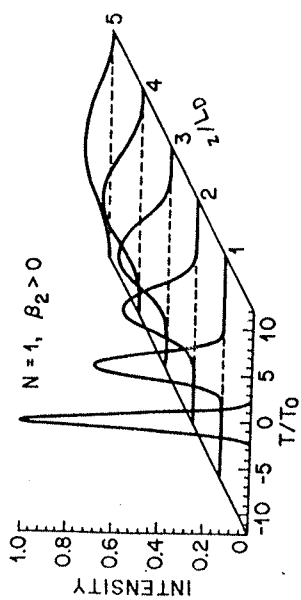
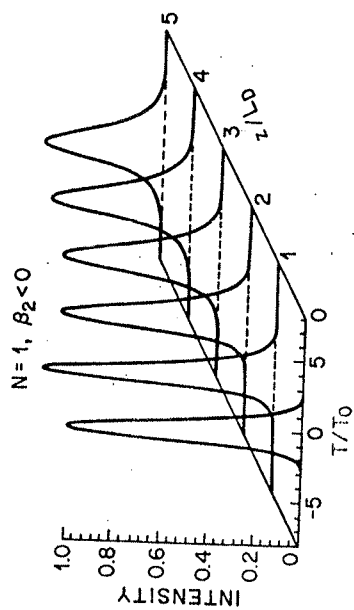
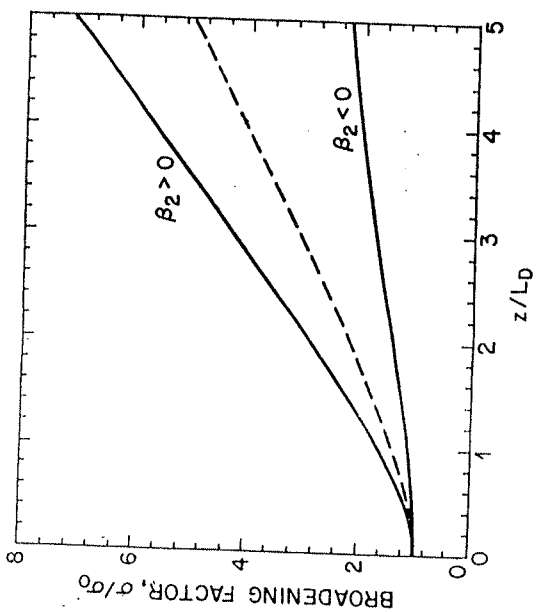
$$M = \frac{1}{2}(N^3 - N^2) \quad f_{ijk} = f_i + f_j - f_k \quad i, j, k = 1..N \quad k \neq i, j$$

- Considérese la propagación WDM de tres canales a frecuencias ópticas f_1 , f_2 y f_3 ($f_1 < f_2 < f_3$). Obtenga el número de productos de intermodulación que interferirán con canales de señal si se considera que los canales están equiespaciados en Δf .
- De tener que ubicar los tres canales equiespaciados en una fibra de dispersión desplazada (DSF), ¿donde lo haría?. Razone la respuesta.
 - Todos a longitudes de onda menor de la de dispersión nula
 - Situar el canal central coincidiendo con la longitud de onda de dispersión nula
 - Todos a longitudes de onda mayor de la de dispersión nula
- Una forma sencilla de reducir el efecto no lineal de FWM es la técnica de espaciado desigual de canales. Si la aplicación de esta técnica al sistema de tres canales consiste en situar los canales según las siguientes relaciones:

$$f_2 - f_1 = \Delta f \quad f_3 - f_2 = 2 \cdot \Delta f$$

Deduzca las ventajas e inconvenientes de la aplicación de ésta técnica.

Solución. a) f_{223} , f_{312} , f_{221} b) Opción 3 por reducir efecto FWM y porque para $D > 0$ se compensan (en parte) el efecto dispersivo y el no lineal SPM dentro de cada canal d) No caen PIM en canales de señal (no hay, por lo tanto, interferencias) aunque se produce degradación en el nivel de cada canal de señal



EJERCICIOS - DISPERSIÓN Y NO LINEALIDAD

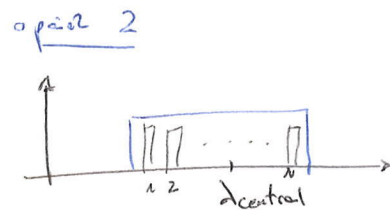
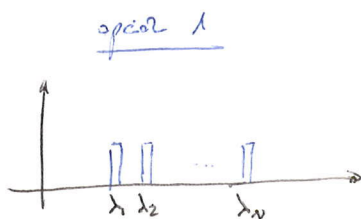
1

Fuentes monocromáticas

N señales digitales en una ventana

OPCIÓN 1: N fuentes $\rightarrow$ multiplexación óptica

OPCIÓN 2: multiplexar en terreno eléctrico y modular una fuente en la λ central



La dispersión depende del BW de la señal $\rightarrow$ mayor ancho más BW, por lo que es mejor la opción 1

2) Modulador

a) Relación entre σ_o (ancho RMS salida) y σ_i (entrada) suponiendo fuente monocromática

Dado que la fuente es monocromática, se puede ignorar la dispersión del material

$$D_m(\lambda) = - \frac{1}{c} \frac{d^2 n(\lambda)}{d\lambda^2}$$

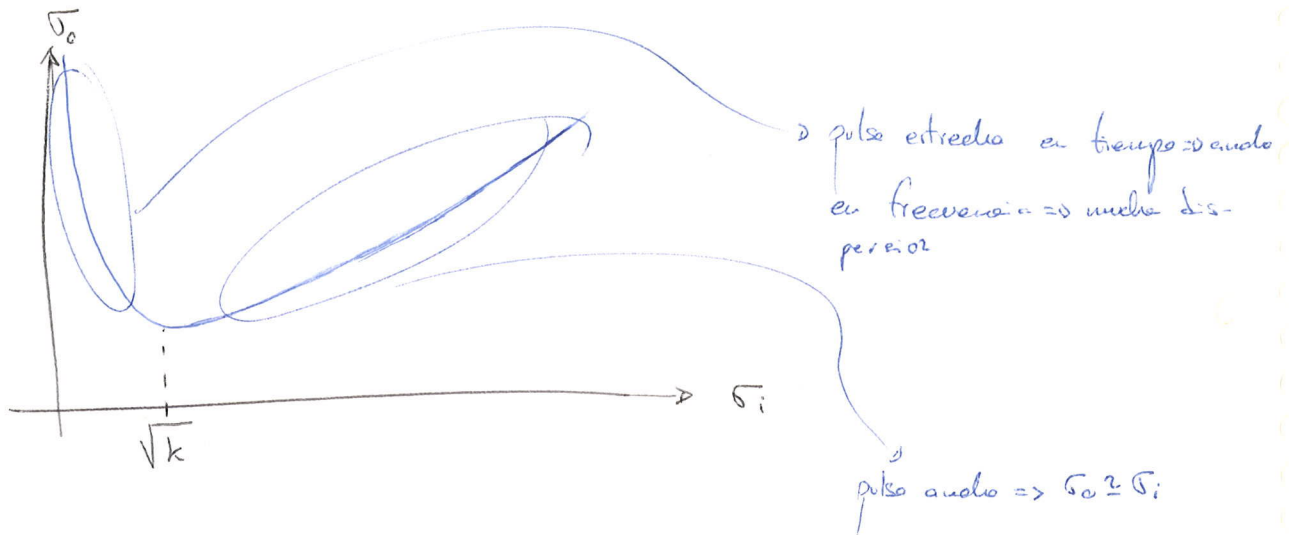
de forma que la dispersión es $D(\lambda) = D_m(\lambda) = - \frac{n_2}{c} \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{d^2(V_0)}{dV^2}}$

y la anchura de los pulsos a la salida

$$\sigma_o^2 = \sigma_i^2 + \left(L D_m(\lambda_0) \sigma_\lambda \right)^2$$

σ_ω es una anchura espectral, así que la anchura de pulso será $\sigma_t = 1/\sigma_\omega$

$$\Rightarrow \sigma_\omega^2 = \sigma_\omega^2 + \left(L \frac{d\omega}{dt} \frac{1}{\sigma_t} \right)^2 \Rightarrow \sigma_\omega = \sqrt{\sigma_\omega^2 + \frac{k^2}{\sigma_t^2}}$$



$$\lim_{\sigma_t \rightarrow 0} \sigma_\omega = \infty$$

$$\lim_{\sigma_t \rightarrow \infty} \sigma_\omega = \infty$$

③

$$D(\lambda) = L^{-1} \left(\frac{d \tilde{g}(\lambda)}{d \lambda} \right)$$

↓
demonstrieren

$$D(\lambda) = - \frac{2\pi c}{\lambda^2} \frac{d^2 \beta(\omega)}{d\omega^2}$$

$$\tilde{g}(\omega) = L \frac{d\beta}{d\omega}$$

$$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda} \quad \lambda = \frac{2\pi c}{\omega} \Rightarrow d\lambda = - \frac{2\pi c}{\omega^2} d\omega$$

$$D(\lambda) = \left(\frac{d}{d\lambda} \left(L \frac{d\beta}{d\omega} \right) \right) = - \frac{\omega^2}{2\pi c} \frac{d^2 \beta}{d\omega^2}$$

$$D(\lambda) = - \frac{2\pi c}{\lambda^2} \frac{d^2 \beta(\omega)}{d\omega^2}$$

$$S(\lambda) = \frac{dD(\lambda)}{d\lambda}$$

$$S(\lambda) = \frac{(2\pi c)^2}{\lambda^4} \frac{d^2 \beta}{d\omega^2} + \frac{4\pi c}{\lambda^3} \frac{d^2 \beta}{d\omega^2}$$

$$\frac{dD(\lambda)}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda} \left(- \frac{2\pi c}{\lambda^2} \frac{d^2 \beta(\omega)}{d\omega^2} \right) = + \frac{4\pi c}{\lambda^3} \frac{d^2 \beta(\omega)}{d\omega^2} + \left(- \frac{2\pi c}{\lambda^2} \right) \frac{d}{d\lambda} \left(\frac{d^2 \beta(\omega)}{d\omega^2} \right)$$

$$= \frac{4\pi c}{\lambda^3} \frac{d^2 \beta(\omega)}{d\omega^2} + \frac{2\pi c}{\lambda^2} \left(\frac{\omega^2}{2\pi c} \right)^2 \frac{d^3 \beta(\omega)}{d\omega^3} =$$

$$= \frac{4\pi c}{\lambda^3} \frac{d^2 \beta(\omega)}{d\omega^2} + \left(\frac{2\pi}{\lambda^2} \right)^2 \frac{d^3 \beta(\omega)}{d\omega^3}$$

4

$$R = 2 \text{ Mbps}$$

$$\lambda_0 = 800 \text{ nm}$$

$$n_1 = 1.5$$

$$\Delta = 0.01$$

$$a = 45 \mu\text{m}$$

$$\alpha = 2 \text{ dB/km} \quad a = 800 \text{ nm}$$

$$\frac{d^2 u(\lambda)}{d\lambda^2} = 0.045 \mu\text{m}^{-2} \quad a = 800 \text{ nm}$$

$$\sigma_s = 30 \text{ nm}$$

$$P_T = 3 \text{ mW}$$

$$P_{\text{Rmin}} = -35 \text{ dBm}$$

Distancia máxima?

Primero la atenuación:

$$P_T = 3 \text{ mW} = 4.77 \text{ dBm}$$

$$\text{Att}_{\text{max}} = 4.77 + 35 = 39.77 \text{ dB} = 2 \text{ dB} \cdot L$$

$$L_a = 19.88 \text{ km}$$

Ahora veamos cuánto limita la dispersión:

$$R = 2 \text{ Mbps} \Rightarrow R < \frac{0.2}{\sigma_a} \Rightarrow \sigma_a < 9.5 \cdot 10^{-8} \text{ s} = 95 \text{ ns}$$

suponiendo 1 pulso = 1 bit

$$\text{Trazado: } V = \frac{2\pi F}{c_0} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \cdot a = 74.78 > 2.4$$

$\Rightarrow$ múltiples de

$\Rightarrow$ despreciamos la dispersión de grupo

$$\sigma^2 = \left(L D u(\lambda_0) \sigma_\lambda \right)^2 + \left(\sigma_{\text{inter}} \right)^2 = L^2 \left(\left(D u(\lambda_0) \sigma_\lambda \right)^2 + \left(\frac{n_1 \Delta}{2c\sqrt{3}} \right)^2 \right) \quad D u(\lambda) = -\frac{\lambda_0}{c} \frac{d^2 u(\lambda_0)}{d\lambda^2}$$

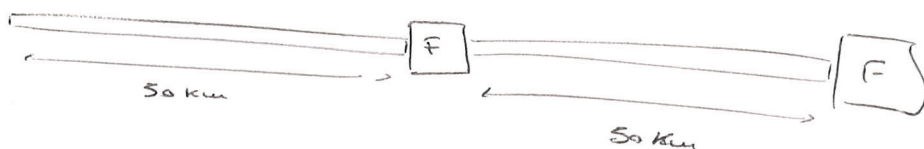
$$L_d = 6.4 \text{ km}$$

limita la dispersión

5) Filtro óptico equalizador:

$$H(\omega) = e^{-\frac{(1+jb)(\omega-\omega_0)^2}{\omega_f^2}}$$

Situação com L km de fibra em dispersão β_2
 db, ω_f $L=50 \text{ km}$, $\beta_2 = -2156$, $BW = 300 \text{ GHz}$



$$H_{FD}(\omega) = e^{-\gamma(\omega)L} = e^{-\alpha(\omega)L} e^{-j\beta(\omega)L}$$

↓
 Δ

$$\beta(\omega) = \frac{\beta_2}{2} (\omega - \omega_0)^2$$

(Taylor 2ª ordem)

$$H_{FE}(\omega) H_{FD}(\omega) = \Delta = e^{-j\beta(\omega)L} e^{-\frac{(1+jb)(\omega-\omega_0)^2}{\omega_f^2}} = 0$$

~~$-j\frac{\beta_2}{2}L - \frac{1+jb}{\omega_f^2} = 0$~~ seção
a fase $-j\frac{\beta_2}{2}L - j\frac{b}{\omega_f^2} = 0$

He falta um coeficiente, que é o coeficiente de banda (e 3dB):

$$|H_{FE}(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}} = e^{-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{\omega_f^2}} = e^{-\frac{(2\pi \cdot 150 \text{ GHz})^2}{\omega_f^2}}$$

$\omega - \omega_0 = 150 \text{ GHz} \cdot 2\pi$

$\Rightarrow \omega_f^2 = 2156 \cdot 10^{24}$

$$\boxed{\omega_f = 116 \text{ THz}}$$

Para b fase: $b = -\frac{\beta_2 L \omega_f^2}{2} = 16384 \cdot 10^{24}$

Ojo: unidades de $\beta_2(\omega) \rightarrow \text{rad/s} \Rightarrow \beta_2 \rightarrow \text{s}^2/\text{km}$ (nes b dá-se a p, p
 tanto $b = 16384$)

6

$$\lambda_0 = 1550 \text{ nm}$$

$$L = 150 \text{ km}$$

$$a = 4'2 \text{ } \mu\text{m}$$

$$n_2 = 1'455$$

$$\Delta = 0'903$$

$$\gamma = 0'0037 \text{ mW}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$$

$$\sigma_2(\text{nm}) = \frac{4}{\sigma_i} \quad \begin{matrix} \text{en ps} \\ \sigma_i \leq 40 \text{ ns} \\ \sigma_i \geq 40 \text{ ns} \end{matrix}$$

$$= 10^{-4}$$

a) Dispersion en $\text{ps}/\text{km} \cdot \text{nm}$ si $D_m(\lambda_0) = 20 \text{ ps}/\text{km} \cdot \text{nm}$

Frecuencia normalizada: $V = \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} a = 1'92 < 2'4 \Rightarrow$ monomodo de

$$n_1 = \frac{n_2}{1 - \Delta} = 1'4594$$

$$V \frac{d^2(Vb)}{dV^2} \approx \frac{2}{V^2} \quad \text{para } 1'75 \leq V \leq 2'25$$

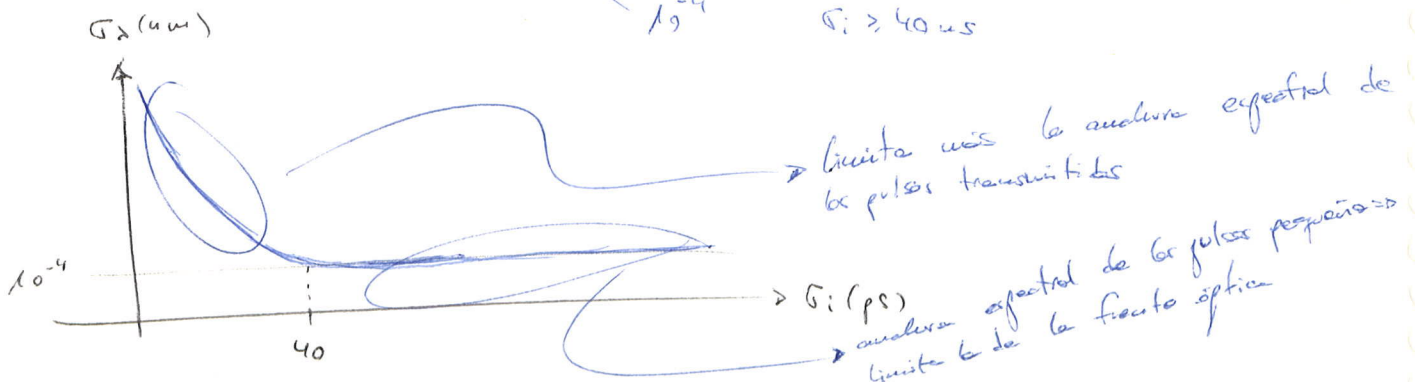
$$\Rightarrow V \frac{d^2(Vb)}{dV^2} \approx 0'54$$

$$D(\lambda_0) \approx D_m(\lambda_0) + D_w(\lambda_0) = 20 + \left(-\frac{n_2 \Delta}{c \lambda} \right) V \frac{d^2(Vb)}{dV^2} =$$

$$= 20 + (-5'076) = 15 \text{ ps}/\text{km} \cdot \text{nm}$$

b) Justificar $\sigma_\lambda(\text{nm}) = \frac{4}{\sigma_i} \quad \begin{matrix} \sigma_i \leq 40 \text{ ns} \\ \sigma_i \geq 40 \text{ ns} \end{matrix}$

$$= 10^{-4}$$



c) Sub limits & dispersion $\rightarrow R_{max}(\sigma_i)$?

$$L = 150 \text{ km} \quad R < \frac{0.2}{5}$$

$$\sigma^2 = \sigma_i^2 + (L D(\lambda_0) \sigma_\lambda)^2 \Rightarrow \sigma = \sqrt{\sigma_i^2 + (2250 \sigma_\lambda)^2}$$

~~$$R < \frac{2}{3} \frac{10^{-4}}{\sigma_\lambda}$$~~

$$R \leq \frac{0.2}{\sqrt{\sigma_i^2 + (2250 \sigma_\lambda)^2}}$$

Resumo:

~~$$2\sigma_i + 3000 \left(\frac{-4}{\sigma_i^2} \right) = 0 \Rightarrow \sigma_i^3 = 6000 \Rightarrow \sigma_i = 18.17 \text{ ps}$$~~

~~$$2\sigma_i + 3000 \cdot 10^{-4} = 0 \Rightarrow \sigma_i = 0.15 \text{ ps} \quad !!$$~~

$$2\sigma_i - 2 \cdot 2250^2 \frac{16}{\sigma_i^3} = 0 \Rightarrow \sigma_i^4 = 2250^2 \cdot 16 \Rightarrow \sigma_i = \underline{\underline{94.86 \text{ ps}}}$$

$$2\sigma_i + (2250 \cdot 10^{-4})^2 = 0 \Rightarrow \sigma_i = 0.025 \text{ ps} \quad !! \quad \text{No!}$$

$$\sigma_i = 94.86 \text{ ps} \Rightarrow \boxed{R_{max} = 1.4916 \text{ Gbps}}$$

↓) Potencia de pío máxima para ese R_{max} y poder despreciar la no linealidad

$$L_D \ll L_{NL}$$

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}$$

$$D(\lambda) = - \frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2$$

$\frac{d^2 \beta(\lambda)}{d\lambda^2}$

$$T_0^2 = G^2 = \left(\frac{0.2}{R} \right)^2$$

$$L_D = \frac{0.2^2 \cdot 2\pi c}{\lambda^2 R^2 |D(\lambda_0)|} = 955.17 \text{ km}$$

$$L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0} \gg L_D \Rightarrow \left[P_0 \ll \frac{1}{\gamma L_D} = 0.283 \text{ mW} \right. \\ \left. (-5.5 \text{ dBm}) \right]$$

7

$R = 2.56 \text{ Gbps}$ por canal

NZ DSF, -22 ps/nm.km en $\lambda_0 = 1550 \text{ nm}$

a) $\sigma_\lambda = 0.989 \text{ nm}$

longitud máxima sin repetidores

$$\sigma = \frac{0.2}{R} = \frac{0.2}{2.5 \cdot 10^9} = 8 \cdot 10^{-11} \text{ s} = 80 \text{ ps}$$

$$\frac{\sigma}{L} = \left(D_{uc}(\lambda_0) + D_w(\lambda_0) \right) \sigma_\lambda$$

$\downarrow$

20 ps/km.nm para $S.O_2$ en $\lambda_0 = 1550 \text{ nm}$

$$\sigma/L = 2 \text{ ps/km.nm} \cdot \sigma_\lambda \Rightarrow \left[L = 449.44 \text{ km} \right]$$

$$b) \quad \sigma_o^2 = \sigma_i^2 + \sigma^2$$

$$\sigma_i = 10 \text{ ps} \quad > \quad \sigma_o^2 = 6500 \rightarrow \sigma_o = 80.62 \approx 80 \text{ ps}$$

N_0 afecta apenas

$$c) \quad \text{fibra convencional} \rightarrow D_W(\lambda_0) = -2 \text{ ps/km.nm}$$

$$\text{Standard:} \quad D_S(\lambda_0) \approx D_{S_{in}}(\lambda_0) + D_{S_{W}}(\lambda_0) = 18 \text{ ps/km.nm}$$

$$\text{NZDSF:} \quad D_N(\lambda_0) \approx D_{N_{in}}(\lambda_0) + D_{N_{W}}(\lambda_0) = -2 \text{ ps/km.nm}$$

$$L_S D_S + \underbrace{L_W}_{450 \text{ km}} D_N = 0 \Rightarrow \boxed{L_S = 50 \text{ km}}$$

b) EDFA 20 dB

$$L = 1500 \text{ km}$$

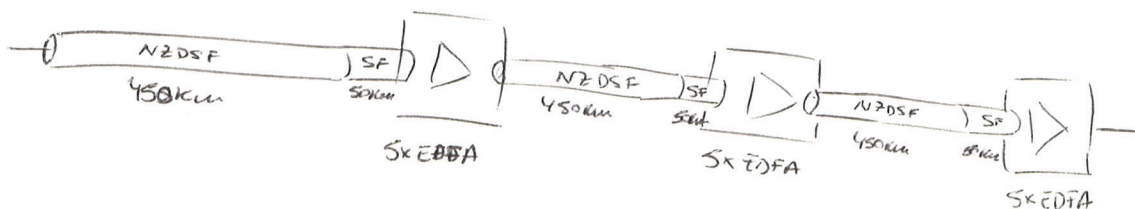
$$\alpha = 0.2 \text{ dB/km en las fibras}$$

Aspecto del sistema

$$\text{Atenuación total} = \alpha \cdot L = 300 \text{ dB}$$

$$\text{Hacer falta } \frac{300}{20} = 15 \text{ EDFA}$$

¿Cómo disponer? 3 tramos de 500 km:



e) $\frac{dD(\lambda)}{d\lambda} = 0.1 \text{ ps/nm.km}$

$\Delta\lambda = 0.4 \text{ nm (50GHz)}$

Quelques attendants sont a la dispersion, $L = 1500 \text{ km}$

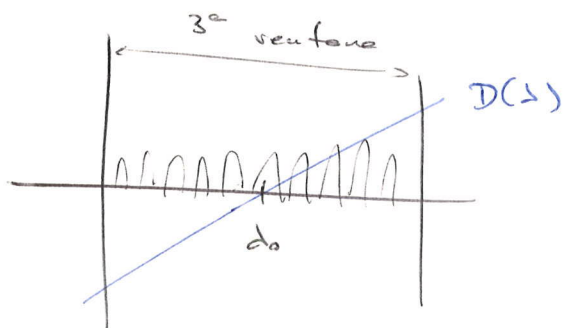
$\sigma = |D(\lambda)| L \sigma_\lambda$

$\sigma = 80 \text{ ps}$

$\sigma_\lambda = 0.089 \text{ nm}$

$\frac{dD(\lambda)}{d\lambda} (\lambda - \lambda_0) = 0 \quad \lambda - \lambda_0 = \frac{\sigma}{L \sigma_\lambda \cdot \frac{dD(\lambda)}{d\lambda}}$

$\lambda - \lambda_0 = 5.9925 \text{ nm} \rightarrow n_{\text{canales}} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\Delta\lambda} \approx 15$



Seront 15 canaux a cote de λ_0 y ne central

$\Rightarrow \boxed{31 \text{ canaux}}$

Effet a linear critico? FWM limite la WDM sub si se opere cerca de la d de dispersion nule, ce que ne occur

Ca les traces de seoir:

$\boxed{n_{\text{canales}} = 91}$

8

$L = 100 \text{ km}$ F_0 no lineal

$$P_{01} = 1 \text{ mW}$$

$$P_{02} = 10 \text{ mW}$$

$$V = 9'002 (\text{mW} \cdot \text{km})^{-1}$$

$$(1) \rightarrow L_{NL1} = \frac{1}{\gamma P_{01}} = 500 \text{ km} > L = 100 \text{ km} \Rightarrow \text{efecto no lineal despreciable}$$

El ensanchamiento β prevalece la dispersión

$$(2) \rightarrow L_{NL2} = \frac{1}{\gamma P_{02}} = 50 \text{ km} < L = 100 \text{ km} \Rightarrow \text{efecto no lineal apreciable}$$

Al ser $\beta_2 > 0$ aumenta el ensanchamiento

$$b) R_{\text{max}} = 10 \text{ Gbps}$$

$$T_{\text{max}} = \frac{0'2}{R_{\text{max}}} = 20 \text{ ps}$$

Mirando las curvas

$$\begin{aligned} (1) &\Rightarrow -3'75 < \beta_2 < 3'25 \\ (2) &\Rightarrow -5 < \beta_2 < 2'25 \end{aligned}$$

9

N canales

FO no General

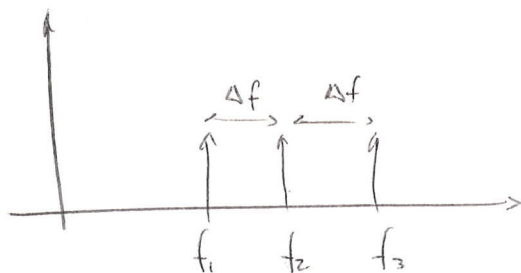
M PIM f_{ijk}

$$M = \frac{1}{2}(N^3 - N^2)$$

$$f_{ijk} = f_i + f_j - f_k \quad k \neq i, j$$

a) 3 canales f_1, f_2, f_3 separados Δf

$$M = \frac{1}{2}(3^3 - 3^2) = \frac{1}{2}(27 - 9) = 9 \text{ PIM}$$



PIM que interfieren:

$$f_{ijk} = \begin{matrix} f_i \\ -f_j \\ f_k \end{matrix}$$

$$f_1 = f_1$$

$$f_2 = f_1 + \Delta f$$

$$f_3 = f_1 + 2\Delta f$$

$$f_1 = f_1 + \Delta f + f_1 + \Delta f - f_1 - 2\Delta f = f_{223}$$

$$f_2 = f_1 + 2\Delta f + f_1 - f_1 - \Delta f = f_{312}$$

$$f_3 = f_1 + \Delta f + f_1 + \Delta f - f_1 = f_{221}$$

b) Multicanal es FWM si cerca de λ dispersión nulaEn $\lambda|_{D=0}$ no, porque hay FWM

En $\lambda > \lambda|_{D=0}$ mejor que a la otra, ya que para $D > 0$ se compensan en parte los efectos dispersivos y SPM en cada canal si $\beta_2 < 0$

c) ✓ No hay PIM en los canales de señal es un interferencia
 X Mayor BW $\Rightarrow$ aumenta dispersión $\Rightarrow$ degradación